

- 51.** Tenemos una tableta de chocolate de 5×10 cm. ¿Cuál es el menor número de cortes necesario para partirla en pastillas de 1×1 cm (no se pueden superponer piezas para partirlas)

Solución.

En cada corte de una pieza obtenemos dos, o sea que el número de piezas aumenta en uno. Por tanto necesitamos 49 cortes para pasar de 1 pieza a 50 piezas.

- 52.** Entre las $2n$ cifras $1, 2, 1, 2, \dots, 1, 2$, dos chicos van escribiendo signos $+$ y $\cdot$. Si después de colocar los $2n - 1$ signos el número es par, gana el primer chico, si es impar gana el segundo. ¿Existe alguna estrategia para que uno de los chicos gane siempre? ¿Qué pasa si hay $2n + 1$ cifras?

$$1\ 2\ 1\ 2\ \dots\ 1\ 2$$

Solución.

El primer chico puede ganar siempre siguiendo la siguiente estrategia:

- Coloca un signo $\cdot$ entre el primer 1 de la izquierda y el 2 que le sigue.

$$1 \cdot 2\ 1\ 2\ \dots\ 1\ 2$$

- A cada jugada del segundo jugador responde colocando un signo $\cdot$ al otro lado del 1 contiguo al que ha colocado el signo el segundo jugador.

Si hay $2n + 1$ cifras, el segundo jugador puede ganar siempre.

Cuando el primer jugador coloca un signo en el primero o último de los huecos, el segundo jugador coloca el otro signo en el último o primero de los huecos. A cada signo que coloque el primer jugador en uno de los otros huecos, el segundo coloca un $\cdot$ al otro lado del 1 contiguo ya que este hueco siempre estará libre.

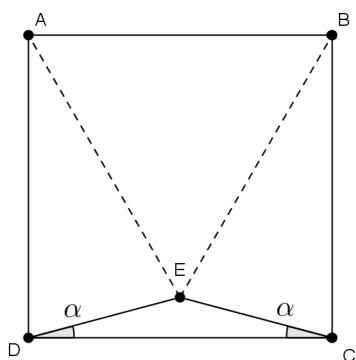
- 53.** Dos chicos van escribiendo las cifras de un número de k cifras: el primero escribe la primera cifra por la izquierda, el segundo la segunda y así sucesivamente. Si el número obtenido es múltiplo de 9, gana el segundo chico. ¿Existe alguna estrategia para que uno de los chicos gane siempre?

Solución.

Si k es par gana el segundo chico colocando la cifra $9 - a$ después de que el primero haya colocado la cifra a .

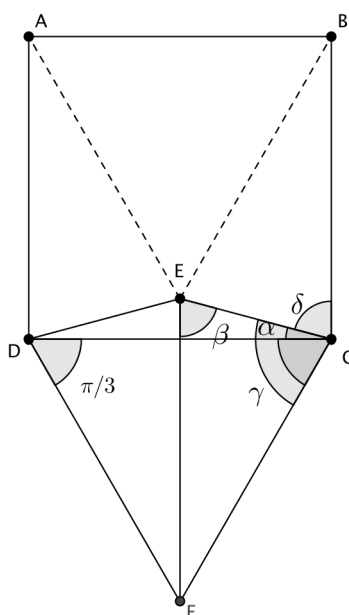
Si k es impar gana el primer jugador colocando al final una cifra que haga que la suma de todas las cifras no sea múltiplo de 9.

- 54.** En un cuadrado $ABCD$, $\alpha = 15^\circ$. Probar que el triángulo ABE es equilátero.



Solución.

Tomamos un triángulo equilátero con base DC , como en la figura



Se tiene

$$\beta = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ = \delta$$

y

$$\gamma = 15^\circ + 60^\circ = 75^\circ$$

con lo que $\beta = \gamma$, y por tanto $EF = CF$. Además, como $\gamma = \delta$, EC es bisectriz $\angle FCB$. Por tanto, $AE = EB = EF = FC = DC = BC$.