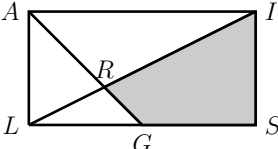


Seminario de problemas Curso 2025-26. Hoja 9

Problemas de la Fase 0 de la LXI Olimpiada Matemática Española de la Comunidad de Madrid

66. Seguro que sabes que a las parejas de números primos que se diferencian en dos unidades se les llama primos gemelos. ¿Cuánto suman los dos mayores primos gemelos de dos cifras?
A) 120 B) 144 C) 160 D) 164 E) 180
67. La media de quinientos números consecutivos es m . Si descartamos los veinte primeros y los treinta últimos, la media de los que quedan es:
A) $m - 5$ B) m C) $m + 2$ D) $m + 5$ E) $2m$
68. En mi clase hay x estudiantes. En el último examen, la nota media de las chicas ha sido y ; la nota media de los chicos ha sido z ; y la nota media de la clase ha sido t . ¿Cuántas chicas hay en mi clase?
A) $\frac{x(z-t)}{z-y}$ B) $\frac{x(t-z)}{z-y}$ C) $\frac{x(z-t)}{z-y}$ D) $\frac{t(z-t)}{x+y}$ E) $\frac{x+y}{z-y}$
69. En un triángulo isósceles de lado desigual 12 cm sabemos que la altura que cae sobre él mide 20 cm. Si dibujamos un cuadrado apoyado en el lado desigual y con todos los vértices en los lados del triángulo, ¿cuántos cm mide el perímetro de dicho cuadrado?
A) 20 B) 30 C) 32 D) 32.5 E) 40
70. Los números x, y, z se relacionan de esta manera: $x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 9 = 2xy + 4yz + 6z$. ¿Cuál es el valor de $x + y + z$?
A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20
71. $ISLA$ es un rectángulo de área 12 y G es el punto medio del lado SL . ¿Cuál es el área de la región $GRIS$?
A) 5 B) 5.25 C) $\frac{48}{9}$ D) $\frac{27}{5}$ E) $\frac{11}{2}$
- 
72. En la liga de ajedrez han participado 30 personas y cada una de ellas ha jugado exactamente una partida contra todos los demás participantes. La victoria da cinco puntos al ganador y ninguno al perdedor. Las tablas dan dos puntos a cada contrincante. Si el total de puntos al finalizar el campeonato fue 2025, ¿cuál fue la diferencia entre partidas ganadas y partidas terminadas en tablas?
A) 140 B) 138 C) 135 D) 134 E) 133
73. Si a, b son enteros positivos que verifican $\frac{2a}{5} + \frac{4b}{9} = 12.4$, ¿cuál es la suma de todos los valores que puede tomar, a su vez, la suma $a + b$?
A) 31 B) 60 C) 61 D) 90 E) 101
74. Tenemos una lista de doce números naturales de tres cifras que forman una progresión aritmética. Si los dos primeros empiezan por 16 y los dos últimos empiezan por 25, ¿qué número ocupa el quinto lugar de la progresión?
A) 194 B) 195 C) 196 D) 197 E) 198

75. Observa con detenimiento esta lista de números:

$$\{1, 1 + 2, 1 + 2 + 2^2, 1 + 2 + 2^2 + 2^3, \dots, 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2024}\}$$

¿Cuál de estas expresiones nos da la suma de esos 2025 números?

A) $2^{2026} - 1$ B) $2^{2026} - 2027$ C) $2^{2025} + 2025$ D) $2025 \cdot 2^{2054}$ E) $2^{2025} + 4050$

76. En el cuadrado $ABCD$, de lado 1, está inscrita una circunferencia tangente al lado CD en M . El segmento AM corta de nuevo a la circunferencia en P . ¿Cuánto mide el segmento AP ?

A) $\frac{\sqrt{5}}{12}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{9}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{8}$ E) $\frac{2\sqrt{5}}{15}$

77. Diremos que un número entero de dos o más cifras es *ascendente* si sus cifras, leídas de izquierda a derecha son crecientes, y será *descendente* si sus cifras, leídas de izquierda a derecha, decrecen. Por ejemplo, 5789 es ascendente y 862 es descendente. Si A es el total de números ascendentes y D el total de números descendentes, el valor de $|D - A|$ es:

A) 0 B) 9 C) 10 D) 510 E) 511

78. ¿Cuál es el cuadrado perfecto más pequeño que divide a la vez a $10^{20} - 1$ y a $10^{24} - 1$?

A) 81 B) 4 C) 9 D) 16 E) 25

79. De un triángulo rectángulo conocemos el perímetro $p = 60$ cm y su altura, $h = 12$ cm, sobre la hipotenusa. ¿Cuál es el producto de las longitudes de sus tres lados?

A) 7500 B) 7420 C) 6450 D) 6240 E) 5840

80. Iván suma todos los números enteros desde el 1 hasta el 2025, $1 + 2 + \dots + 2025$, pero se salta uno. Si el resultado obtenido es múltiplo de 5, solamente uno de los números de abajo puede ser el que se ha saltado. ¿Cuál es?

A) 11 B) 108 C) 100 D) 222 E) 313

81. Consideramos puntos A y B sobre una circunferencia de centro O , tales que el ángulo AOB es 60° . Otra circunferencia es tangente interior a la primera y a los segmentos OA y OB . ¿Cuál es la razón entre las áreas de los círculos pequeño y grande?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

82. Don Retorcido se ha empeñado en que la niña Centésima coloree los números enteros desde el 1 hasta el 2025 usando tres colores, rojo, azul y verde, de modo que se cumplan las siguientes condiciones: dos números consecutivos deben tener colores diferentes, y todos los múltiplos de 3 tienen que ser azules. ¿De cuántas maneras distintas puede colorear esos números la niña Centésima?

A) 2^{1349} B) 3^{2024} C) 2^{675} D) 3^{2025} E) 2^{676}

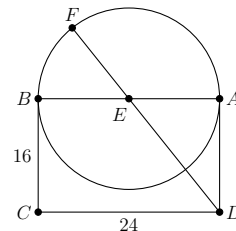
83. Encuentra los números m y n que cumplen con la siguiente igualdad:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \dots + \frac{1}{m \cdot n} = \frac{23}{47}.$$

A) 47 y 49 B) 45 y 47 C) 43 y 45 D) 41 y 43 E) 39 y 41

84. El lado AB del rectángulo $ABCD$ mide 24 y el lado BC 16. El lado AB es el diámetro de una circunferencia de centro E . La recta que une los puntos D y E corta a la circunferencia en un punto F exterior al rectángulo. La longitud del segmento DF es:

A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34



85. Las camisetas de los once jugadores de un equipo están numeradas del 1 al 11. Elegimos al azar seis de ellos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números de sus camisetas sea impar?

A) $\frac{118}{231}$ B) $\frac{121}{462}$ C) $\frac{229}{462}$ D) $\frac{119}{231}$ E) $\frac{221}{462}$

86. Alrededor de un círculo hay 400 bolos numerados del 1 al 400 y en este orden. Tiramos el bolo número 148, a continuación, el 139, después el 130 y repetimos el proceso hasta tirar 100 bolos. ¿Qué número tiene el último bolo derribado?

A) 75 B) 57 C) 48 D) 47 E) 39

87. La probabilidad de que un capicúa de cuatro cifras sea múltiplo de 7 es:

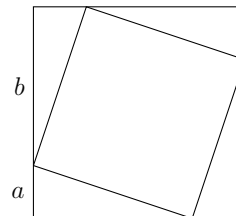
A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

88. Los números a, b, c, d, e, f verifican $b - a = c - b = d - c = e - d = f - e$. Si $a + b + c = 11$ y $d + e + f = 32$, ¿cuánto vale $b - a$?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{3}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{2}{7}$

89. Al inscribir un cuadrado de área 2 en otro de área 3, como se muestra en la figura, aparecen cuatro triángulos rectángulos iguales de catetos a y b . ¿Cuál es la razón entre ambas medidas?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $2 - \sqrt{3}$ D) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ E) $\sqrt{2} - 1$



90. Un número de tres cifras se llama *cincosiete* si es múltiplo de 7, y al leerlo al revés es múltiplo de 5. ¿Cuántos números cincosiete hay?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17