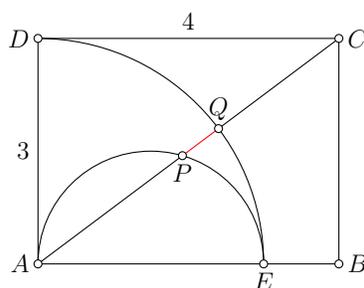


Seminario de problemas Curso 2024-25. Hoja 9

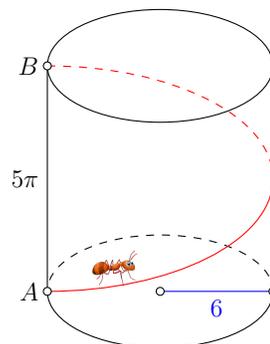
72. En la figura se muestra un rectángulo $ABCD$ cuyos lados miden $AB = 4$ y $BC = 3$. Se han trazado el cuarto de circunferencia AED y la semicircunferencia AE . Si P y Q son los puntos de intersección de estos arcos de circunferencia con la diagonal AC , ¿cuál es la longitud del segmento PQ ?



73. Sabiendo que $1 + 2 + 3 + \dots + 101 = 5151$, ¿cuántos signos $+$ tendríamos que cambiar en signo $-$ para que el resultado fuera 2024?
74. Tres amigas, Ana, Bea y Carla, han recogido un montón de nueces, que han dejado en una canasta, para luego repartirlas entre ellas a partes iguales. Ana, impaciente, toma la tercera parte de las nueces y se va a su casa. Bea, no sabiendo que Ana ya se había llevado su parte, toma la tercera parte de las nueces que quedaban en la canasta y se marcha. Finalmente, llega Carla que, no sabiendo que sus amigas ya habían cogido nueces, se lleva un tercio de las que quedaban. Si todavía hay 16 nueces en la canasta, ¿cuántas nueces se llevó Bea?
75. El producto de la edad de los hijos de Arturo es 1664. Su hijo menor tiene la mitad de años que su hijo mayor. ¿Cuántos hijos tiene Arturo?

76. Completa el número $13xy45z$, sabiendo que es divisible por 792.

77. Una hormiga se encuentra en el punto A de la base de un vaso cilíndrico de radio 6 y altura 5π y quiere subir hasta el punto B de la parte superior del vaso que se encuentra sobre la misma vertical que A rodeando una vez el vaso, como se indica en la figura (no está a escala). ¿Cuál es la longitud del camino mínimo que puede realizar la hormiga?



78. Calcula la suma de los cuadrados de los cien primeros términos de una progresión aritmética, sabiendo que la suma de ellos vale -1 y que la suma de los términos de lugar par vale $+1$.
79. Sea p un número primo. Determina todos los enteros k tales que $\sqrt{k^2 - kp}$ es también entero.