

Seminario de problemas Curso 2022-23. Hoja 9

65. Isabel tardaría 8 horas en sembrar un campo y Sofía tardaría 10 horas en sembrar ese mismo campo. Deciden unirse y comienzan juntas a sembrar el campo pero al cabo de 2 horas a Isabel le da lumbago y tiene que retirarse. ¿Cuántas horas deberá trabajar sola Sofía para terminar de sembrar el campo?

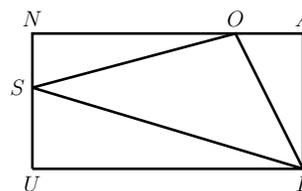
A) 4.5 B) 5 C) 5.5 D) 6 E) 6.5

66. ¿Cuántos pares ordenados de números enteros (x, y) satisfacen $x^2 \leq y \leq x + 6$?

A) 14 B) 18 C) 24 D) 26 E) 28

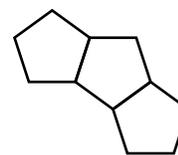
67. El área del rectángulo $LUNA$ es 1, el área de NOS es $\frac{1}{8}$ y el área de LUS es $\frac{1}{3}$. ¿Qué área tiene el triángulo SOL ?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{7}{18}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{7}{24}$ E) $\frac{11}{24}$



68. Fernando va uniendo pentágonos regulares como se ve al margen. Ya ha colocado tres y se pregunta: ¿cuántos pentágonos necesito para cerrar mi corona y así mi último pentágono quede unido con el primero?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

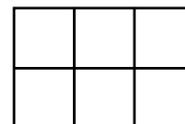


69. ¿Cuál es el valor máximo que puede tomar la función $f(x) = |x - 5| - (x^2 - x - 8)$?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 13 E) 14

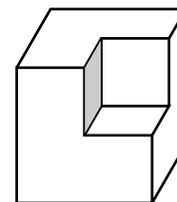
70. Tengo una ficha roja, dos verdes y tres amarillas y las quiero colocar en las seis casillas del tablero. ¿De cuántas maneras puedo hacerlo si las fichas verdes no pueden estar en casillas que comparten lado?

A) 72 B) 128 C) 64 D) 48 E) 32



71. Sergio tiene un cubo macizo de madera de 20 cm de arista. Cuando Sol lo ve, con una sierra, le quita un cubito de 1 cm de arista de uno de los vértices (ver figura sin escala) y, como le gusta lo que obtiene, quita otros cubitos de 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 cm de arista de cada uno de los restantes vértices del cubo de Sergio. ¿Cuántos dm^2 de pintura necesitarán los amigos para pintar la figura resultante?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 34



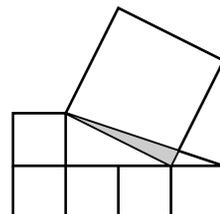
72. Si a y b son números enteros, ¿cuál es la suma de todos los valores posibles de a que satisfacen la igualdad $\frac{3}{a-1} = \frac{b+3}{5}$?

A) 0 B) 6 C) 8 D) 20 E) 28

- 73.** Don Retorcido está aburrido al pie de una escalera de 32 escalones. De repente divisa a su amigo Comenúmeros en el escalón 22 y decide ir a su encuentro. Para hacerlo más divertido solo se permite dar saltos hacia arriba de 3 escalones y saltos hacia abajo de 4 escalones. ¿De cuántas maneras puede llegar Don Retorcido al escalón de Comenúmeros con el menor número de saltos?
A) 66 **B)** 56 **C)** 55 **D)** 45 **E)** 44
- 74.** El magnífico ciclista Van Popel participaba en una contrarreloj individual. Hizo la primera mitad del recorrido a una velocidad media de 30 km/h. Su entrenador le dijo que si quería ganar debería conseguir que su velocidad media en todo el recorrido fuera de 60 km/h. ¿Cuál debe ser su velocidad media en km/h, en la segunda mitad para conseguir su objetivo?
A) 30 **B)** 60 **C)** 90 **D)** 120 **E)** Es imposible
- 75.** Si expresamos el producto $\left(1 - \frac{3}{10}\right) \left(1 - \frac{3}{11}\right) \left(1 - \frac{3}{12}\right) \cdots \left(1 - \frac{3}{100}\right)$ como fracción irreducible $\frac{m}{n}$, ¿cuánto vale la suma $m + n$?
A) 1029 **B)** 2022 **C)** 1679 **D)** 197 **E)** 1926
- 76.** El octógono regular $ABCDEFGH$ tiene área 1440. ¿Cuál es el área del trapecio $ABCD$?
A) 288 **B)** 360 **C)** 384 **D)** 400 **E)** 480
- 77.** Las gráficas de las funciones $y = x^3 + 3$ e $y = 5x + 1$ se cortan en más de un punto. ¿Cuánto suman las abscisas de esos puntos de corte?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** $\frac{1}{5}$ **E)** $\frac{1}{2}$
- 78.** Del trapecio isósceles $ABCD$ sabemos las longitudes de sus lados: $AB = 6$, $BC = 5$, $CD = 8$, $DA = 5$. ¿Cuánto vale el área del triángulo BCD ?
A) 2 **B)** $12\sqrt{2}$ **C)** $4\sqrt{21}$ **D)** $7\sqrt{6}$ **E)** $8\sqrt{6}$
- 79.** Dado un pentágono regular de lado 1 cm, el área, en cm^2 , del conjunto de puntos del plano exteriores al pentágono y que se encuentran a menos de 1 cm de distancia de ese pentágono es:
A) $5 + \pi$ **B)** $\frac{3}{2} + 2\pi$ **C)** 7 **D)** 8 **E)** 3π
- 80.** Los números enteros a, b, c cumplen que $a^2bc = 1$. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es necesariamente cierta?
A) $a = b = 1$ **B)** $ac = -1$ **C)** $ab^2c = 1$ **D)** $b = c$ **E)** $a \neq 1$

- 81.** En el dibujo ves seis cuadrados, cinco de ellos de área 14. ¿Qué área tiene el triángulo sombreado?

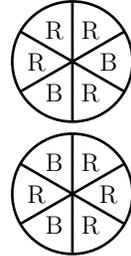
- A)** 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 9



82. El ángulo \widehat{BAC} del triángulo ABC mide 68° . Los puntos D y E están en los lados AB y AC , respectivamente, y son tales que $BD = DE = EC$. Si los segmentos BE y CE se cortan en el punto F , ¿cuánto mide el ángulo \widehat{BFC} ?

- A) 120° B) 121° C) 122° D) 123° E) 124°

83. Un disco está dividido en seis sectores idénticos. Coloreamos esos sectores de rojo o de blanco. ¿Cuántas configuraciones distintas podemos obtener? Ten en cuenta que las dos configuraciones que te mostramos son la misma, simplemente hemos girado el disco



- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

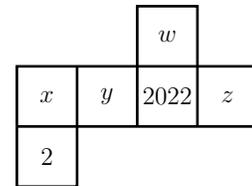
84. ¿Cuántos divisores tiene $12!$? [Recuerda: $12! = 12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$]

- A) 24 B) 420 C) 99 D) 792 E) 100

85. Las lados AB , BC y CA de cierto triángulo ABC miden respectivamente 27, 25 y 26. Si el incentro de este triángulo es el punto I , la medida del segmento BI es:

- A) 15 B) $9\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{26}$ D) $\frac{2}{3}\sqrt{546}$ E) 26

86. El diagrama muestra el desarrollo de un cubo en cuyas caras están escritos los números enteros 2, x , y , 2022, z , w . Cada uno de los números x , y , z , w es la media aritmética de los números que están en las cuatro caras adyacentes a él. ¿Cuánto vale x ?



- A) 506 B) 1214 C) 916 D) 1012 E) 810

87. ¿Cuál es la suma de las soluciones de la ecuación $(2 \cdot 4^{x^2-3x})^2 = \frac{2^x}{2}$?

- A) 3 B) $\frac{13}{4}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 0

88. Recortando un cartón rectangular obtenemos nueve cuadrados: uno de ellos tiene área 64 cm^2 , dos tienen área 16 cm^2 y seis tienen área 4 cm^2 . El perímetro del rectángulo inicial, en cm, es:

- A) 44 B) 46 C) 52 D) 62 E) 68

89. ¿Cuántos pares ordenados (x, y) de enteros positivos verifican que $\frac{1}{x} + \frac{540}{xy} = 2$?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 24 E) 48