

## Seminario de problemas Curso 2023-24. Hoja 7

---

61. Con 20 chicos y 20 chicas, ¿cuántas maneras hay de formar 20 parejas consistentes en un chico y una chica?
62. Un palíndromo en el alfabeto  $\{0, 1\}$  es una secuencia de 1s y 0s que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda (1001 es un palíndromo, lo mismo que 1011101 y que 0110). ¿Cuántos palíndromos hay con una longitud de 5 o menor? Si  $P(n)$  es el total de palíndromos de longitud  $n$ , ¿para cuántos valores de  $n$  se cumple  $1000 < P(n) < 10000$ ?
63. Una araña tiene un calcetín y un zapato para cada una de sus ocho patas. ¿De cuántas maneras diferentes puede ponerse los calcetines y los zapatos, si el zapato no se lo puede poner hasta que no se ponga el calcetín?
64. ¿Cuántas ternas ordenadas de números enteros positivos  $(a, b, c)$ , tales que  $a$  divide a  $b$  y  $c$ , verifican que  $a + b + c = 100$ ?
65. El rey Arturo quiere elegir a 3 de sus 25 caballeros, sentados junto a él en su famosa tabla redonda, para luchar contra un dragón que atemoriza a la población. ¿De cuántas maneras puede hacerlo si no elige a dos caballeros que están sentados uno al lado del otro?
66. ¿Para cuántos números  $n$  entre 1 y 100 se verifica que  $\text{mcd}(n, 30) = 3$ ? ( $\text{mcd}(n, 30)$  significa máximo común divisor de  $n$  y 30)
67. ¿Cuántos números de 5 cifras hay que no contienen los dígitos 0 y 1, pero sí los dígitos 5 y 7? (25657 es uno de tales números porque no tiene el 0 y el 1, pero sí tiene el 5 y el 7)
68. ¿Cuántos números de 5 cifras no contienen la secuencia 12 en su representación decimal?
69. En un tablero de ajedrez  $10 \times 10$  hay 25 fichas ocupando las 25 casillas de la parte inferior izquierda del tablero. Las fichas pueden mover saltando a otra de ellas en dirección horizontal, vertical o diagonal. ¿Es posible, con estos movimientos, mover todas las fichas a las 25 casillas que están en la parte superior derecha? ¿y a las 25 casillas de la parte superior izquierda?