

Seminario de problemas Curso 2022-23. Hoja 7

49. ¿Existe algún triángulo rectángulo cuyos ángulos verifiquen la identidad pitagórica?
50. Argumenta si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos.
1. Si un grupo de amigos está formado por 13 personas, entonces habrá dos personas que cumplan años el mismo mes.
 2. En un tablero de ajedrez se pueden colocar 9 torres de modo que ninguna ataque a ninguna otra.
51. Los habitantes de Andromeda solo usan billetes con valor de 3 y 5. Todos los pagos son exactos, es decir, sin cambios. ¿Qué pagos nos son posibles bajo estas condiciones?
52. Supongamos que tenemos 10 puntos equiespaciados en una circunferencia. Unimos cada par de puntos por un segmento. Consideramos ahora una recta en el plano que no pase por ninguno de los puntos. ¿Cuántos segmentos como máximo cortará esta recta?
53. Se escriben los números del 19 al 101 de manera consecutiva, resultando en el número $192021 \dots 100101$. ¿Cuál es la mayor potencia de 3 que divide al número así formado?
54. ¿Cuántos cuadrados hay en la imagen? No solo buscamos los cuadrados pequeños, también queremos contar los que están formado por 4 cuadrados pequeños, o por 9, o por 16, $\dots$, que viéndolos juntos parecen un cuadrado más grande.
55. Sea C una circunferencia centrada en $(0, 0)$ de radio 1. Dibujamos otra circunferencia, C' , de centro $(2, 3)$ de radio R . Calcular todos los valores de R , si es que existe alguno, para los cuales la nueva circunferencia C' corta a la circunferencia C en un único punto.
56. Sea $ABCD$ un cuadrado de lado 10, y sean E, F, G, H los puntos medios de sus lados. Unimos cada punto medio con los vértices que forman el lado opuesto, calcular el área de la figura así formada.

