

## Seminario de problemas Curso 2025-26. Hoja 5

---

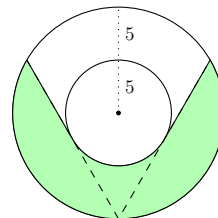
36. Si  $x = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$ , prueba que

$$\frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

es un número entero y obtén su valor.

37. Sea  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$  y  $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 3a_{n-3}$ . ¿Cuántos términos de la sucesión, con  $0 \leq n \leq 100$ , son múltiplos de 5?
38. Dado el conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , ¿de cuántas maneras se pueden formar 4 subconjuntos de 3 elementos de  $A$ , de manera que cada par de subconjuntos tengan exactamente un elemento en común?
39. Halla el valor de  $a + b + c + d$  sabiendo que  $19558 = 7^a + 7^b + 7^c + 7^d$ .

40. Se consideran dos circunferencias concéntricas, una de radio 5 y la otra de radio 10. Desde un punto de la circunferencia exterior, se trazan las tangentes a la circunferencia interior. ¿Cuál es el área de la región sombreada en la figura?



41. El número  $2^{29}$  es un número de 9 dígitos, todos ellos distintos. Es decir, de las 10 cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 solo falta una. ¿Cuál es?
42. Sea  $ABCD$  un rectángulo. Las circunferencias  $C_1$  y  $C_2$  son tangentes externas entre sí. Además,  $C_1$  es tangente al lado  $AB$  y al lado  $AD$ , mientras que  $C_2$  es tangente al lado  $CB$  y al lado  $CD$ . Si  $AB = 18$  y  $BC = 25$ , halla la suma de los radios de las circunferencias..
43. Sobre uno de los lados de un cuadrado se construye un triángulo rectángulo, como en la figura. Si  $a = 45$  y  $b = 336$ , determina el área sombreada.

