

Seminario de problemas Curso 2025-26. Hoja 3

21. Halla el número natural n que es el producto de los primos p , q y r , sabiendo que

$$r - q = 2p, \quad rq + p^2 = 676.$$

22. Halla el menor entero positivo n tal que $17^n + n$ es divisible por 29.

23. ¿Cuál es el mayor entero n que verifica que $\frac{n^2 - 2025}{n + 7}$ es también entero?

24. Si n es un entero tal que $2n + 1 = 2025^2$, encuentra dos enteros consecutivos de manera que sus cuadrados sumen $n + 1$.

25. Para n , entero positivo, sea $f_1(n)$ la función que devuelve la suma de los cuadrados de los dígitos de n . Para $k \geq 2$, sea $f_k(n) = f_1(f_{k-1}(n))$, es decir $f_2(n) = f_1(f_1(n))$, $f_3(n) = f_1(f_1(f_1(n)))$. Por ejemplo,

$$f_1(5) = 5^2 = 25, \quad f_2(5) = f_1(25) = 2^2 + 5^2 = 29, \quad f_3(5) = f_1(29) = 2^2 + 9^2 = 85, \dots$$

Calcula $f_{2025}(2025)$.

26. Encuentra todos los números enteros positivos n tales que $3^n + 5^n$ es múltiplo de $3^{n-1} + 5^{n-1}$.
27. Abel escribe 8 números consecutivos en la pizarra. Bea borra uno de ellos y el resultado de la suma de los 7 que han quedado es 2025. ¿Qué número ha borrado Bea?