

Seminario de problemas. Curso 2014-15. Hoja 3

15. P es un punto interior al rectángulo $ABCD$ de lados $AB = CD = 24$ y $AD = BC = 5$. ¿Cuál es la suma de las áreas de los triángulos PAD y PBC ?
16. Hallar todos los números naturales que empiezan por 6 y que al borrar el 6 inicial se obtienen números 25 veces menores.
17. Se da el triángulo ABC y se trazan las medianas AM y BN , que se cortan en G . Calcular el área del cuadrilátero $GMCN$ en función del área de ABC .
18. Determina todos los enteros positivos n para los cuales $2^n + 1$ es divisible por 3.
19. Nueve puntos, cualesquiera tres de ellos no alineados, están dentro de un triángulo equilátero de lado 4. Demostrar que al menos tres de ellos son vértices de un triángulo de área menor o igual que $\sqrt{3}$.
20. *Problema de la reunión.* Demostrar que en cualquier reunión de seis personas siempre habrá al menos tres que se conocen entre sí mutuamente, o bien al menos tres que son mutuamente desconocidas.
21. En una corona circular se inscribe un cuadrado de modo que uno de sus lados es tangente a la circunferencia menor (de radio r) y tiene sus dos vértices en la circunferencia mayor (de radio R). El lado paralelo al anterior tiene sus dos vértices en la circunferencia menor. Hallar la razón R/r .

