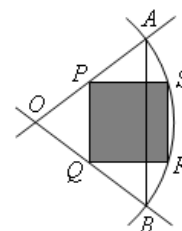


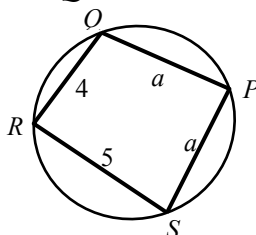
Seminario de problemas. Curso 2024-25. Hoja 2

12. ¿Cuál es el factorial más pequeño que es múltiplo de 3^{29} ?
13. Sea N el menor entero positivo que al dividirlo entre 5 da resto 2, al dividirlo entre 7 da resto 3 y al dividirlo entre 9 da resto 4. ¿Cuál es el valor de N ?
14. Si $a = \sqrt{30 - \sqrt{30 - \sqrt{30 - \dots}}}$ y $b = 6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}$, ¿cuál es el valor de ab ?
15. Al dividir el polinomio $P(x)$ entre $(x - 19)$, obtenemos de resto 99 y cuando lo dividimos entre $(x - 99)$ obtenemos de resto 19. ¿Cuál es el resto de la división de $P(x)$ entre $(x - 19) \cdot (x - 99)$?
16. Dos de los ángulos de un triángulo, inscrito en una circunferencia de radio 6, valen 15° y 60° . ¿Cuál es el área del triángulo?

17. Sea AB una cuerda de longitud 6 cm en una circunferencia de centro O y radio 5 cm. Inscribimos en el sector circular OAB un cuadrado con lado paralelo a AB , tal y como se ve en la figura. ¿Cuál es, en cm^2 , el área del cuadrado?



18. El cuadrilátero $PQRS$ de la figura está inscrito en una circunferencia, tiene ángulos rectos en P y en R , dos de sus lados son iguales y los otros dos miden 4 y 5 cm. ¿Cuánto mide la tangente de su ángulo en Q ?



19. En un triángulo ABC , las longitudes de los lados AB , BC y AC son 12, 24 y 18, respectivamente. La recta que pasa por su incentro y es paralela al lado BC , corta al lado AB en el punto M y al lado AC en el punto N . ¿Cuál es el perímetro del triángulo AMN ?

20. ¿Cuál es el valor de la suma $\frac{1}{\log_2 100!} + \frac{1}{\log_3 100!} + \frac{1}{\log_4 100!} + \dots + \frac{1}{\log_{100} 100!}$?

21. Al lanzar un dado, con sus caras numeradas del 1 al 6, tres veces consecutivas, resulta que el número obtenido en el tercer lanzamiento es igual a la suma de los números obtenidos en los dos primeros lanzamientos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número 2 no haya aparecido en ninguno de los tres lanzamientos?

22. Si $f(11) = 11$ y $f(n+3) = \frac{f(n)-1}{f(n)+1}$, calcular $f(2024)$.

23. Al sumar los enteros desde el 1 hasta n , ha habido uno que, por error, hemos sumado dos veces. Si la suma obtenida ha sido 2025, ¿cuál es el número que hemos repetido?