

Seminario de problemas Curso 2017-18. Hoja 2 (principio del palomar)

7. Se toman 28 puntos en el interior de un cubo de lado 3. Prueba que hay al menos dos puntos que están a una distancia menor o igual que $\sqrt{3}$.
8. En un cuadrado de lado 2 se eligen nueve puntos cualesquiera. Prueba que hay tres de ellos que son los vértices de un triángulo de área menor o igual que $1/2$.
9. Se lanzan 19 dardos sobre una diana que tiene la forma de un hexágono regular de lado 1. Prueba que hay al menos dos dardos a distancia menor o igual que $\sqrt{3}/3$.
10. En un triángulo rectángulo de hipotenusa unidad y ángulos respectivos de 30° , 60° y 90° , se eligen 25 puntos cualesquiera. Demostrar que siempre habrá 9 entre ellos que podrán cubrirse con un semicírculo de radio $3/10$.
11. Tenemos un conjunto de 25 puntos en el plano de manera que, cualquiera que sean los tres que elijamos, hay dos de ellos que están a distancia menor que 1. Prueba que existe un círculo de radio 1 que contiene al menos a 13 de dichos puntos.
12. El Empire State Building tiene 102 pisos. Supón que un ascensor para 52 veces mientras desciende desde la última planta hasta la planta baja. Prueba que el ascensor ha parado en dos pisos cuya suma es 102.
13. Prueba que existe al menos una potencia de 3 que acaba en 001.
14. Prueba que, dados 100 enteros positivos distintos menores o iguales que 294, hay al menos dos cuya diferencia es 2, 3 o 5.
15. Te has propuesto resolver los problemas de esta hoja en una semana, resolviendo al menos un problema cada día. Prueba que habrá una serie de días consecutivos en los que habrás resuelto exactamente 4 problemas.