

Seminario de problemas Curso 2022-23 Hoja 16

- 131.** Se define el doble factorial de un número impar n como $n!! = n(n-2)(n-4)\cdots 5\cdot 3\cdot 1$. Calcula la última cifra de $1!! + 3!! + 5!! + 7!! + \cdots + 2023!!$.
- 132.** Encuentra los números enteros $n \in \mathbb{Z}$ que cumplen que n^2+2n+2 divide a $n^3+4n^2+4n-14$.
- 133.** En el interior de un cuadrado $ABCD$ de lado x se sitúa un punto P de forma que la distancia entre P y el vértice inferior derecho del cuadrado, B , es 13 cm., la distancia entre P y el vértice superior derecho del cuadrado, C , es 20 cm. y la distancia entre P y el vértice superior izquierdo del cuadrado, A , es 17 cm. Calcula el área del cuadrado.
- 134.** Sea $P(x)$ un polinomio con coeficientes enteros. Sean a , b y c tres enteros diferentes. Prueba que no puede ocurrir simultáneamente $P(a) = b$, $P(b) = c$ y $P(c) = a$.
- 135.** Ana y Bea juegan al siguiente juego tirando dos dados unas cuantas veces. Ana apuesta porque salga un 12. Bea apuesta porque salgan dos siete de forma consecutiva. El juego termina cuando se produzca la primera situación ganadora (o un 12 o dos siete consecutivos). ¿Cuál es la probabilidad de que gane Ana?
- 136.** Se define la sucesión de números reales positivos por la recurrencia $a_0 = 1$, $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$ para $n \geq 0$. Encuentra a_{2023} .
- 137.** Se dobla una hoja de papel rectangular de modo que dos esquinas opuestas en diagonal se unan. Si el pliegue formado tiene la misma longitud que el lado más largo de la hoja, ¿cuál es la razón entre el lado más largo de la hoja y el lado más corto?