

Seminario de problemas Curso 2022-23. Hoja 15

124. ¿Por qué número racional positivo habría que dividir las fracciones $9/10$ y $7/8$ para obtener dos números naturales consecutivos?

125. Sea $\{a_n\}$ una sucesión de números enteros positivos, de la que sabemos que

$$a_{n+m} = a_n + a_m + n \cdot m, \quad a_3 = 6.$$

¿Qué vale a_{31} ? ¿y a_n en general?

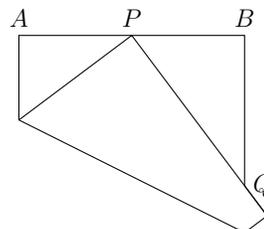
126. Prueba que, si un número entero se puede poner como suma de dos cuadrados, entonces su doble también. Y viceversa, si el doble de un número se puede poner como suma de dos cuadrados, entonces dicho número también.

127. Calcula el valor de la siguiente suma de fracciones

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2022} + \sqrt{2023}}.$$

128. Una secuencia *maravillosa* es una secuencia de 1's y 0's que no tiene dos 1's consecutivos. Por ejemplo, el conjunto de todas las secuencias *maravillosas* de longitud 3 es $\{[1, 0, 0], [1, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 0, 1], [0, 0, 0]\}$. Determina el número de secuencias *maravillosas* de longitud 7.

129. Consideramos un cuadrado $ABCD$ de lado 1, y sea P el punto medio del lado AB . Doblamos el cuadrado de manera que el punto D lo llevamos a P y sea Q el punto de intersección del lado AD con el lado BC . ¿Cuánto mide el segmento BQ ? ¿Cuál es el área de la parte doblada correspondiente a la parte trasera del cuadrado?



130. En la siguiente circunferencia las longitudes de los arcos AB , BC , CD y DA son, respectivamente, π , π , 3π y π . Determina el área de las regiones sombreadas: $[EAB] + [ECD]$.

