

Seminario de problemas Bachillerato. Curso 2013-14. Hoja 14

90. Sea p un número primo. Hay que organizar un torneo de p -parchís (en cada partida juegan p jugadores) con p^2 jugadores inscritos, sujeto a las siguientes reglas:

- El torneo se divide en varias rondas. En cada ronda se jugarán varias partidas. Cada jugador jugará como máximo una partida en cada ronda.
- Al final del torneo cada jugador se habrá enfrentado exactamente en una partida con cada uno de los demás jugadores.

¿Se puede organizar un torneo así? En caso afirmativo, ¿cuál es el mínimo número de rondas que puede tener el torneo?

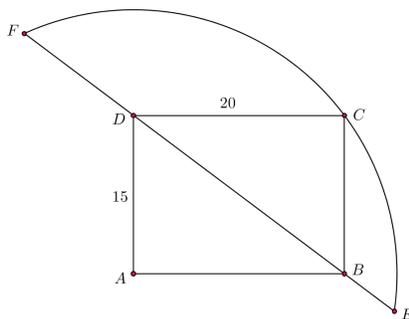
91. El robot OMECUB se mueve sobre la recta real empezando en el 0. Da un paso hacia la derecha llegando al 1, gira y da ocho pasos a la izquierda hasta el -7 , gira y da veintisiete pasos a la derecha hasta el 20, gira y da sesenta y cuatro a la izquierda hasta el -44 , y así sucesivamente, alternando derecha e izquierda y un número de pasos en cada desplazamiento que es el siguiente cubo. ¿A qué número llegará después de 2014 giros?

92. Determina la menor distancia posible del origen de coordenadas a los puntos (x, y) de la curva $(x - y)xy = 8$ situados en el primer cuadrante.

93. En un triángulo rectángulo de lados enteros, el radio de la circunferencia inscrita es 12. Calcula el mayor valor posible para la hipotenusa de dicho triángulo.

94. Calcula $\sum_{k=5}^{49} \frac{11_{(k)}}{2^{\sqrt[3]{1331}_{(k)}}}$ ($11_{(k)}$ significa "11 en base k ").

95. En la figura se observa un rectángulo $ABCD$ de lados 20 y 15 y un arco de la circunferencia de centro A y radio AC . La cuerda de dicho arco pasa por D y B . ¿Cuál es la longitud de la cuerda?



96. Demuestra que en todo triángulo de lados a, b, c y ángulos opuestos (medidos en radianes) A, B, C respectivamente, se cumplen las desigualdades

$$\frac{\pi}{3} \leq \frac{aA + bB + cC}{a + b + c} \leq \frac{\pi}{2}.$$