

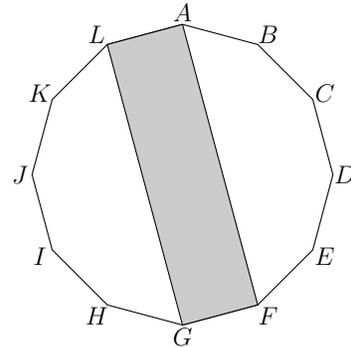
Seminario de problemas Curso 2022-23. Hoja 13

- 110.** En una pizarra están escritos los números del 1 al 100. Se eligen dos cualesquiera de ellos, se borran y se escribe la suma de ambos en la pizarra. Si repetimos este proceso hasta que solo quede un número en la pizarra, ¿se puede saber qué número es el que queda escrito?
- 111.** Una bolsa contiene 99 bolas rojas y 99 bolas azules. Se sacan dos bolas de la bolsa y:
- Si las bolas son del mismo color, da igual si son rojas o azules, se introduce una bola roja en la bolsa.
 - Si las bolas son de diferente color, se introduce una bola azul en la bolsa.

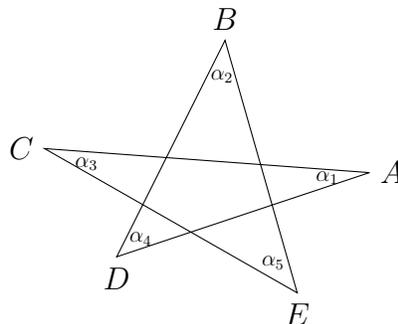
Notar que después de esto, la bolsa contiene una bola menos. Si se repite el proceso hasta que solo quede una bola, ¿se puede saber de qué color es esa bola?

- 112.** Si las ecuaciones $x^2 + ax - 4 = 0$ y $x^2 - 4x + a = 0$ tienen exactamente una solución en común, ¿cuál es el valor del parámetro a ?
- 113.** Probar que, si $p > 3$ es primo, entonces $p^2 - 1$ es múltiplo de 24.
- 114.** En una cuadrícula 3×3 se escribe en cada una de las casillas uno de los números $-1, 0, 1$. Probar que, entre las sumas por filas o columnas, hay al menos dos iguales.

- 115.** Consideramos un dodecágono regular $ABCDEFGHIJKL$. El cociente entre el área del rectángulo $AFGL$ y el área del dodecágono se puede escribir como una fracción irreducible de la forma $\frac{m}{n}$, con m y n números naturales. ¿Cuánto vale $m + n$?



- 116.** En una estrella de 5 puntas, ¿cuánto vale la suma de los ángulos $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ y α_5 ?



- 117.** En un triángulo $\triangle ABC$, desde el vértice A se traza una recta que forma con el lado AC un ángulo que es igual a la tercera parte de ángulo $\angle BAC$. Esta recta corta al lado BC en un punto D . Si el triángulo $\triangle ABD$ es equilátero y tiene área 1, ¿cuál es el área del triángulo $\triangle ABC$?