

## Seminario de problemas Curso 2021-22. Hoja 11

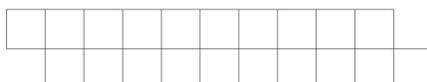
---

76. El año 2021 que acabamos de abandonar puede representarse como

$$2021 = 45^2 - 2^2.$$

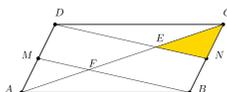
¿Puedes expresar también 2022 como diferencia de los cuadrados de dos números naturales?

77. Considera el tablero



y colorea sus casillas usando los colores AZUL, ROJO y VERDE de modo que cualesquiera dos casillas adyacentes (horizontal o verticalmente) no compartan el mismo color. ¿De cuántas formas puedes hacerlo?

78. Dado el paralelogramo



de área 24 y vértices  $A, B, C, D$ , calcula el área del triángulo  $CEN$ , donde  $M$  y  $N$  son los puntos medios de los lados que los contienen.

79. El número 2022 cumple que su inverso es suma de los inversos de dos números naturales múltiplos de 3:

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{4044} + \frac{1}{4044}.$$

¿Existe algún año en la presente década que NO posea dicha propiedad?

80. En una circunferencia se inscribe un polígono regular de 2022 lados, cuyos vértices se numeran consecutivamente en sentido horario comenzando por 1. Estos vértices se dividen en tres grupos: los comprendidos entre 1 y 674, los comprendidos entre 675 y 1348, y los restantes. ¿Cuál es el menor número  $n$  de vértices que debemos elegir en cada grupo de modo que pueda asegurarse que entre los  $3n$  vértices escogidos haya tres que sean los vértices de un triángulo equilátero.
81. El número 2022, aparte de ser par, tiene la siguiente pintoresca propiedad: al dividirlo entre la suma de sus dígitos se obtiene un número primo. ¿Cuántos años en este siglo son pares y poseen dicha propiedad?
82. Un grupo teatral compuesto por 7 personas desea organizar sus ensayos. En cada ensayo algunos componentes hacen de público mientras el resto actúa. Durante el transcurso de los distintos ensayos cada actor debe haber visto actuar a cada uno de sus compañeros al menos una vez. ¿Cuál es el número mínimo de ensayos que deben organizarse?