

Seminario de problemas ESO. Curso 2013-14. Hoja 11

69. Se tienen bolas numeradas del 1 al 101. Un jugador elige 11 bolas, el segundo otras 11 y así sucesivamente hasta que quedan dos bolas. Probar que el primer jugador puede conseguir que el valor absoluto de la diferencia entre los números de las dos bolas restantes sea mayor que 55, independientemente de las bolas elegidas por el segundo jugador.

70. Tenemos 14 bolas numeradas con los números

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -7, -8, -9, -10, -11.$$

Dos jugadores van eligiendo una bola cada vez; el vencedor es el jugador que consigue el mayor valor absoluto de la suma de sus bolas. ¿Cuál de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora?

71. Partiendo del número 60, dos jugadores van quitando al número que queda uno de sus divisores propios o el 1 (excepto el 2, al que se le puede quitar el 2). Pierde el jugador que obtiene 0. ¿Existe alguna estrategia para que uno de los jugadores gane siempre?

72. Dos chicos van escribiendo las cifras de un número de $2n$ cifras. El primero escribe la primera cifra por la izquierda, el segundo la segunda y así sucesivamente. Demostrar que el segundo chico puede conseguir que el número obtenido sea múltiplo de 7.

73. Dos chicos van escribiendo las cifras de un número de n cifras distintas de 0. El primero escribe la primera cifra por la izquierda, el segundo la segunda y así sucesivamente. Si el número obtenido es múltiplo de 11, gana el chico que ha escrito la última cifra. ¿Existe alguna estrategia para que uno de los chicos gane siempre?

74. Dado un pentágono regular, se dibujan sus cinco segmentos diagonales. Se pide determinar el número total de triángulos que aparecen construidos en la figura y clasificar este conjunto de triángulos en clases de triángulos iguales (directa o inversamente) entre sí.

75. Supondremos que los lados de un cuadrado son reflectantes y los designaremos con los nombres de los cuatro puntos cardinales. Señalando un punto en el lado N , determinar en qué dirección debe salir un rayo de luz (hacia el interior del cuadrado) para que retorne a él después de haber sufrido n reflexiones en el lado E , otras n en el lado W , m en el S y $m - 1$ en el N , siendo n y m números naturales conocidos. ¿Qué ocurre si m y n no son primos entre sí? Calcular la longitud del rayo luminoso considerado en función de m y n , y de la longitud del lado del cuadrado.