

## Seminario de problemas. Curso 2021-22. Hoja 10

---

90. Sean  $x, y, z$  tres números reales no nulos tales que

$$\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = 3.$$

Calcula  $(x + y + z)^3$ .

91. Encuentra todas las posibles parejas  $(x, y)$  de números enteros no nulos tales que

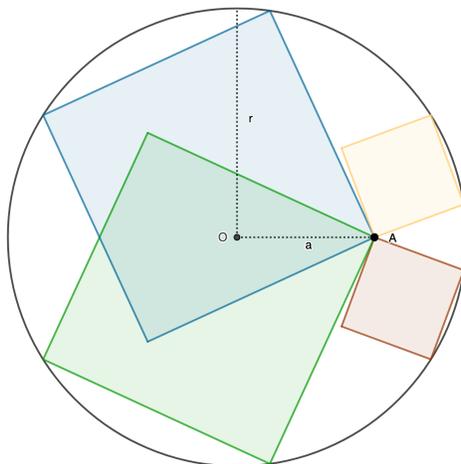
$$(xy - 7)^2 = x^2 + y^2.$$

92. Sea  $x$  un número real no nulo. Calcula

$$\frac{\sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x^2 \dots}}}}{\sqrt{x^2 + x \sqrt{x^2 + x \sqrt{x^2 + \dots}}}}.$$

93. Sea una circunferencia  $\gamma$  de centro de  $O$  y radio  $r$  y consideremos un punto  $A$  interior a la circunferencia a una distancia  $a$  del centro. Si  $a$  cumple una cierta condición, entonces existirán cuatro cuadrados con un vértice en  $A$  y dos vértices sobre la circunferencia. Se pide:

- La condición que debe cumplir  $a$ .
- El área de cada cuadrado en función de  $a$  y  $r$ .



94. Sea  $x$  la solución de la ecuación  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ . Calcula

$$x^{2022} + \frac{1}{x^{2022}}.$$

95. Los números  $1, 2, \dots, 2n$  se dividen arbitrariamente en dos grupos de  $n$  números. Sean  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$  los números del primer grupo y  $b_1 > b_2 > \dots > b_n$  los del segundo. Prueba que

$$|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n| = n^2.$$