

Seminario de problemas Curso 2021-22. Hoja 10

69. Sea a el primer dígito (empezando por la izquierda) de un número de tres dígitos que denotamos n . Construimos otro número de tres dígitos, m , trasladando el dígito a a la derecha de las unidades. Por ejemplo, si $n = 123$, entonces $m = 231$. Encuentra los números n que cumplen $m = an$.
70. Una función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ está definida como sigue: $f(x, y) = x + yf(y, x)$. Encuentra el valor de $f(2022, -1)$.
71. Tenemos un triángulo rectángulo isósceles ABC , con el ángulo recto en C y los catetos de longitud 2 centímetros. Un arco de círculo ℓ con centro A divide al triángulo en dos partes de igual área. Otro arco de círculo m con centro en B es tangente al arco ℓ en un punto de la hipotenusa AB . Halla el área de la porción de triángulo no cubierta por los sectores circulares correspondientes a los dos arcos.

72. En el cuadro de números siguiente

0							
1	2	3					
4	5	6	7	8			
9	10	11	12	13	14	15	
16	...	...	...	...	...	...	...

encuentra el número que aparece justo debajo de 2022.

73. Determina el valor del ángulo sexadecimal x más próximo a 2022° que cumple la ecuación trigonométrica siguiente:

$$1 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sec^2 x} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{cotg}^2 x}.$$

74. Encuentra todos los pares (m, n) de números enteros no negativos que son soluciones de la ecuación

$$m(n+1) + n(m-1) = 2022.$$

75. Sea ABC un triángulo equilátero. Extiende el lado AB más allá de B hasta un nuevo punto B' tal que $|BB'| = 3|AB|$. De forma análoga, extiende el lado BC más allá de C hasta un nuevo punto C' tal que $|CC'| = 3|BC|$. Por último, extiende el lado CA más allá de A hasta un nuevo punto A' tal que $|AA'| = 3|CA|$. ¿Qué relación hay entre las áreas de los triángulos ABC y $A'B'C'$?