

Seminario de problemas. Curso 2016-17. Hoja 0

En las últimas sesiones del seminario de problemas del curso 2015-16, Manuel Bello, Manuel Benito, Jorge Fernández y Rodolfo Larrea propusieron unos problemas sin proporcionar la solución. Quedan recogidos en la presente hoja, que se considera una “Hoja 0”.

1. (*Propuesto por Rodolfo Larrea.*) ¿Existe un conjunto de 100 números naturales distintos tal que cualquier subconjunto suyo de 5 elementos cumpla que la suma de sus elementos divide al producto de los mismos? Pista: Considera el producto N de todas las sumas de 5 elementos que se pueden formar en un conjunto que tenga 100 elementos distintos.
2. (*Propuesto por Rodolfo Larrea - Paul R. Halmos.*) El número 2 es racional, y también el número $\frac{1}{2}$, pero el $2^{1/2}$ no lo es. Es decir, existen números racionales α y β tales que α^β es irracional. ¿Puede darse el caso de la otra manera? ¿Existe un número irracional que elevado a otro número irracional dé un número racional?
3. (*Propuesto por Jorge Fernández y Manuel Bello.*) Los sucesivos puntos P_k del problema 99 de la hoja 17 del curso 2015-16

http://www.unirioja.es/talleres/creatividad_matematica/SeminarioBachillerato/sol_hoja17_2015-16.pdf

parecen recorrer elipses. ¿Podrías encontrar, en el caso de un n -gono regular centrado en el origen y tomando $A_1 = (1, 0)$ (siguiendo la notación del problema), la ecuación de la elipse recorrida por la sucesión de puntos P_k , siendo $P_1 = (x_0, y_0)$ cualquiera?

4. (*Propuesto por Jorge Fernández y Manuel Benito.*) En el problema anterior, si el sentido de los sucesivos giros es antihorario, los puntos P_k recorren espirales. ¿Podrías encontrar la ecuación genérica de estas espirales?