

Seminario de problemas ESO-Bachillerato. Curso 2012-13. Hoja 19

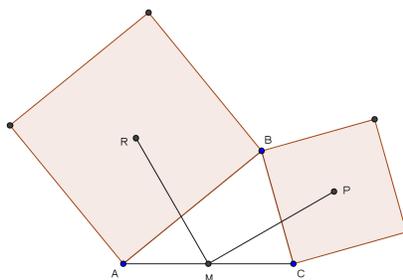
103. Hay n coches idénticos parados en distintos puntos de una autopista circular. La cantidad total de gasolina que llevan los coches es suficiente para que uno de ellos pueda hacer el recorrido completo de la autopista. ¿Se puede encontrar un coche que pudiera hacer ese recorrido completo tomando gasolina prestada de los otros coches a lo largo de su ruta, sea cual sea la distribución de los coches en la autopista y sea cual sea la distribución de la gasolina entre los coches?

104. Calcula sin muchas operaciones el número

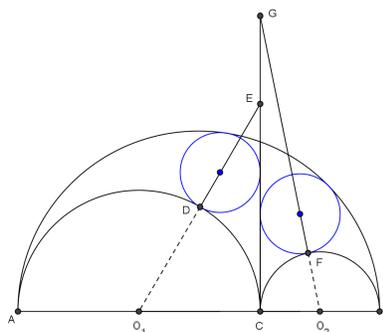
$$\frac{(2^4 + \frac{1}{4})(4^4 + \frac{1}{4})(6^4 + \frac{1}{4}) \cdots (2012^4 + \frac{1}{4})}{(1^4 + \frac{1}{4})(3^4 + \frac{1}{4})(5^4 + \frac{1}{4}) \cdots (2011^4 + \frac{1}{4})}$$

105. Trata de dividir un segmento rectilíneo AB dado en 6 partes iguales usando sólo regla y compás, trazando no más de 8 líneas, ya sean rectas o curvas.

112. Sean P y R los centros de los cuadrados construidos hacia afuera sobre los lados BC y AB , respectivamente, del triángulo ABC , y M el punto medio del lado AC . Queremos una buena demostración sin palabras de que los segmentos MP y MR son perpendiculares y de la misma longitud.



113. Los segmentos AB , AC y BC son diámetros de las semicircunferencias que se ven en la figura. Las circunferencias pequeñas son tangentes a dos de las semicircunferencias y a la recta perpendicular a AB por el punto C . El resto de la figura será claro. Prueba que $DE = BC$ y que $FG = AC$.



114. Encuentra todos los $n \in \mathbb{N}$ para los cuales el número

$$f(n) = \frac{12n^3 - 5n^2 - 251n + 389}{6n^2 - 37n + 45}$$

es entero.