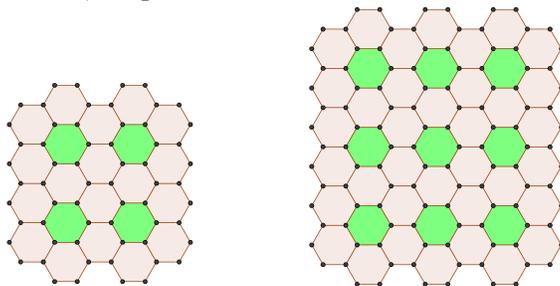


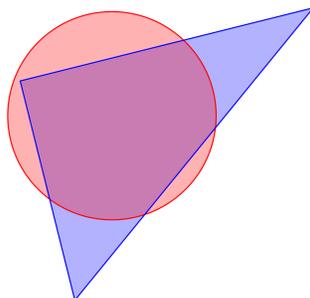
Seminario de problemas-ESO. Curso 2012-13. Hoja 13

- 78.** Un árbol tiene 100 ramas. Una tijera podadora mágica puede cortar de una sola vez 25, 19, 20 o 6 ramas. En cada uno de estos casos, retoñarán de su tronco 31, 4, 17 o 18, respectivamente, ramas nuevas. Pero si en algún momento se cortan todas las ramas que hay, el árbol se seca. ¿Puede secarse el árbol? ¿Qué sucedería si el árbol tiene 150 ramas, la podadora puede cortar de una sola vez 12, 19, 25 o 6 de ellas y en cada caso brotan respectivamente 36, 3, 13 o 14 ramas nuevas?
- 79.** Prueba que en cualquier polígono convexo de $2n$ lados hay una diagonal que no es paralela a ninguno de los lados del polígono.
- 80.** El ayuntamiento quiere instalar 100 jardineras hexagonales y rodearlas con baldosas de igual forma y tamaño. El responsable de jardinería ha diseñado un modelo “cuadrado” del que da muestra con cada una de las figuras siguientes, en las que los polígonos verdes representan las jardineras y el resto las baldosas. Los modelos mostrados esquematizan la colocación de 4 y 9 jardineras, respectivamente.



Si el ayuntamiento acepta el modelo presentado, ¿cuántas baldosas habrá de adquirir para instalar las 100 jardineras previstas? ¿Y si se quisieran instalar n^2 jardineras?

- 81.** En la ciudad de los lagos hay 7 lagos conectados por 10 canales, de modo que se puede navegar desde un lago hasta otro cualquiera a través de ellos. Los canales no se cortan entre sí más que en los lagos. ¿Cuántas islas hay en la ciudad de los lagos?
- 82.** Los lados del triángulo rectángulo de la figura miden 6, 8 y 10 cm. Hemos trazado un círculo de forma que el área interior al círculo pero exterior al triángulo mide lo mismo que el área interior al triángulo pero exterior al círculo. ¿Cuál es el radio del círculo?



- 83.** Encuentra infinitas soluciones en enteros positivos de la ecuación $x^3 + 2012y^3 = z^4$.