

Seminario de problemas-ESO. Curso 2012-13. Hoja 11

- 64.** Sea ABC un triángulo y D y E puntos en los lados AC y AB respectivamente. Las rectas BD y CE se cortan en un punto F tal que las áreas de los triángulos BEF , BFC y CFD son 5, 12, y 4 unidades cuadradas, respectivamente. Halla el área del $\triangle ABC$.
- 65.** Encuentra todos los números naturales n para los cuales el número $\sqrt{n^2 + n + 1}$ es un número racional.
- 66.** En un triángulo dado ABC , las medianas AD y BE son perpendiculares. Determina la longitud de la tercera mediana CF en términos de las longitudes $BC = a$ y $AC = b$.
- 67.** ¿Cuántas cifras tiene el número $N = 123 \dots 20052006200720082009201020112012$?
- 68.** ¿En cuántos ceros termina el número $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2011 \cdot 2012$?
- 69.** Las bisectrices interiores de los ángulos A , B y C de un triángulo ABC cortan a los lados opuestos en los puntos D , E y F respectivamente. Demuestra que si las rectas perpendiculares a los lados en los puntos D , E y F son concurrentes en un mismo punto, el triángulo es isósceles.
- 70.** Resuelve la ecuación:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+x} = \frac{200}{101}$$