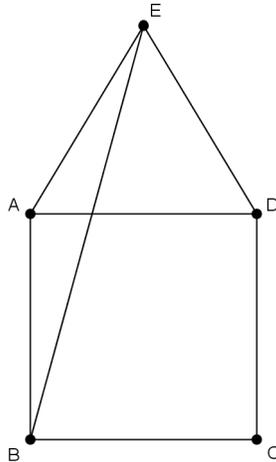


## Seminario de problemas. Curso 2012-13. Hoja 1

---

1.  $ABCD$  es un cuadrado de lado  $4\text{ cm}$ ,  $AE = DE$  y el área del pentágono  $ABCDE$  es  $22\text{ cm}^2$ . ¿Cuál es el área del triángulo  $ABE$ ?



2. Sean  $a, b, c$  y  $d$  números reales positivos tales que  $a^b = \sqrt{c}$  y  $c^d = 5$ . ¿Cuál es el valor de  $a^{6bd}$ ?
3. El  $\triangle ABC$ , equilátero de lados enteros, contiene al  $\triangle BXC$ , isósceles de lados  $BX = CX = 4$ . ¿Cuántas posibilidades hay?
4. Dado un triángulo cualquiera, demuestra que es posible recubrir el plano con infinitos triángulos iguales al dado, de forma que estos triángulos no se solapen.
5. Sea  $M$  un punto cualquiera del lado  $BC$  del cuadrado  $ABCD$ . La bisectriz del ángulo  $MAD$  corta al lado  $CD$  en el punto  $K$ . Demostrar que  $\overline{BM} + \overline{DK} = \overline{AM}$ .
6. Hallar el menor número de tres cifras cuyo resto al dividirlo por 2, 3 y 5 es 1.
7. De entre los 1000 primeros números enteros positivos, ¿cuántos son múltiplos de 13? ¿Cuántos son primos con 13?
8. Encontrar todos los números naturales de tres cifras con la suma de sus cifras igual a 5 en cada uno de los casos:
- No contienen ningún 0.
  - Pueden contener algún 0.
- En cada caso, encontrar el menor de dichos números.
9. Encontrar el mayor número natural que no tiene dos cifras iguales y el producto de sus cifras es igual a 72.
10. Demostrar que la ecuación  $x^3 + y^4 = 2012$  no tiene soluciones naturales.