

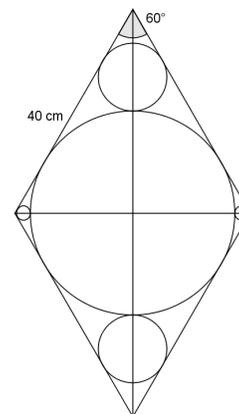
Seminario de problemas-ESO. Curso 2011-12. Hoja 5

25. En el sótano de un castillo, 7 gnomos guardan su tesoro. El tesoro está detrás de 12 puertas, cada una de ellas con 12 cerraduras. Todas las cerraduras son distintas. Cada gnomo tiene llaves para algunas de las cerraduras. Tres gnomos cualesquiera tienen conjuntamente llaves para todas las cerraduras. Probar que entre todos los gnomos tienen por lo menos 720 llaves.

26. Dado el siguiente cuadro numérico:
$$\begin{pmatrix} 11 & 17 & 25 & 19 & 16 \\ 24 & 10 & 13 & 15 & 3 \\ 12 & 5 & 14 & 2 & 18 \\ 23 & 4 & 1 & 8 & 22 \\ 6 & 20 & 7 & 21 & 9 \end{pmatrix}$$
, tienes que elegir cinco de sus

elementos, sin que haya dos en una misma fila ni en una misma columna, de modo que el mínimo de esos cinco elementos que has elegido sea tan grande como sea posible, y además probar que tu elección es inmejorable.

27. Los ángulos agudos de un rombo miden 60° y el lado 40 cm. En el interior del rombo se inscriben cinco circunferencias del modo que se ve en la figura. Calcula sus radios.



28. En un triángulo rectángulo e isósceles se dibujan la circunferencia inscrita y dos circunferencias iguales, tangentes exteriormente a la circunferencia inscrita y tangentes además a la hipotenusa y a un cateto. Calcular la razón entre los radios de las circunferencias distintas.

29. Se informa a 30 presos de que se les va a colocar formando una fila y se les va a poner un sombrero en la cabeza a cada uno, blanco o negro, sin especificar cuántos gorros se pondrán de cada color (pueden ser 29 blancos y uno negro, 15 y 15, 17 y 13...). Cada preso sólo verá los sombreros de los prisioneros que tiene delante pero no el suyo ni los de detrás. Un guardia irá preguntando sucesivamente a cada uno de los presos desde el último (el que ve todos pero no el suyo) al primero (que no ve ninguno) de qué color es su sombrero. Los presos sólo pueden contestar blanco o negro: si aciertan son liberados y si no, son ejecutados. Todos los presos pueden escuchar las respuestas anteriores a las suyas.

Antes de llevar esto a cabo, los presos, que conocen la prueba a la que van a ser sometidos pero no naturalmente de qué color serán sus sombreros, tienen un tiempo para hablar entre ellos y pensar una estrategia de grupo. ¿Cuál es la mejor estrategia para salvar SEGURO al mayor número de prisioneros? ¿Cuántos se salvan seguro con esa estrategia?

30. (a) Se tienen dos cubos de 3 y 5 litros de capacidad. Se tiene mucha agua a disposición y cuando vertemos un cubo en otro asumimos que no se derrama ni una gota de agua. ¿Cómo obtener exactamente 4 litros de agua? (b) Ahora se tienen tres cubos, uno de 8 litros lleno de agua y dos vacíos, de 3 y 5 litros de capacidad, y no hay más agua a disposición. ¿Cómo repartir los 8 litros en dos partes iguales de 4 litros?