# Seminario de problemas–Bachillerato. Curso 2011-12. Hoja 2

**7.** Resolver (a mano) las ecuaciones

**a)** $16x(x+1)(x+2)(x+3) = 9$.

**b)** $x^{10} + 1 + (x+1)^{10} = 2(x^2+x+1)^5 + 15x^2(x^2+x+1)^2$,

**8.** Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 = a_1 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3 + \ldots + x_n) \\ x_2 = a_2 - \frac{1}{2}(x_1 + x_3 + \ldots + x_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = a_n - \frac{1}{2}(x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1}) \end{cases}$$

**9.** Probar que, dado un triángulo rectángulo, la recta que pasa por el vértice del ángulo recto y por el centro del cuadrado construido sobre la hipotenusa es bisectriz del ángulo recto.

**10.** El profesor de matemáticas escribió en la pizarra el polinomio cuadrático $x^2+10x+20$. A continuación cada uno de sus alumnos debía aumentar o disminuir en 1 o bien el término independiente o bien el coeficiente del término lineal. Finalmente quedó escrito en la pizarra el polinomio $x^2 + 20x + 10$. ¿Hubo en algún momento escrito en la pizarra un polinomio con raíces enteras?

**11.** Se dan los puntos $A(6,3)$ y $B(2,4)$ en el interior del primer cuadrante de un sistema de ejes perpendiculares $OXY$ con igual escala en los ejes. Se trata de construir un camino, lo más corto posible, que parta del punto $A$, vaya a un punto de $OX$, recorra sobre $OX$ un segmento de longitud 1, vaya después a $OY$, recorra sobre $OY$ un segmento de longitud 2, y termine en el punto $B$.

**12.** Sea $1 \leq k < 2008$. Sea $n = \displaystyle\sum_{\ell=1}^{k} (2008-\ell)^{2008}$. Determinar, si existe, el menor y el mayor $k$ para el que $n$ termina en 8. Lo mismo para que termine en 0.