

- 103.** Se construyen semicircunferencias (hacia afuera) sobre los lados de un triángulo ABC , y se trazan las tres tangentes comunes a cada dos semicircunferencias consecutivas. Sean x, y, z las longitudes de estas tres tangentes, y a, b, c las de los lados del triángulo. Prueba que

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} = \frac{a+b+c}{2}.$$

- 104.** Encuentra los tres números enteros que son solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a+b+c=24 \\ a^2+b^2+c^2=210 \\ abc=440 \end{cases}$$

- 105.** En el interior de un triángulo equilátero ABC hay un punto P tal que $PA=5$, $PB=7$ y $PC=8$. ¿Cuál es la longitud del lado del triángulo?

- 106.** Se le asigna un entero no negativo a cada entero positivo n , de manera que se cumplen las condiciones:

i) $f(mn) = f(m) + f(n)$.

ii) $f(n) = 0$ si la cifra de las unidades de n es 3.

iii) $f(10)=0$.

Demuestra que $f(n) = 0$ para todo entero positivo n .

- 107.** En un triángulo isósceles de lados 10, 10 y 12 se recortan simétricamente dos esquinas triangulares y se obtiene entonces un pentágono equilátero. Halla el lado de dicho pentágono.

- 108.** Prueba que, en la figura estrellada que se forma al dibujar tres pares de tangentes paralelas a una circunferencia de radio R , el producto de las áreas de los ocho triángulos que se forman es R^{16} .