

Seminario de problemas-ESO. Curso 2011-12. Hoja 14

76. Determina el valor de m tal que la ecuación en x

$$x^4 - (3m + 2)x^2 + m^2 = 0$$

tenga cuatro raíces en progresión aritmética.

77. Prueba que ningún número de la sucesión

$$11, 111, 1111, 11111, \dots$$

es un cuadrado perfecto.

78. Dado un cuadrado, encuentra el lugar geométrico de los puntos de su plano desde los cuales el cuadrado se ve bajo un ángulo de (a) 90° , (b) 45° . (Dado un punto P en el plano del cuadrado y exterior a él, el ángulo bajo el que el cuadrado se ve desde P es el mínimo ángulo con vértice P que contiene el cuadrado.)
79. Las fracciones de numerador 1 se conocen como *fracciones egipcias*. Prueba que la fracción $\frac{67}{120}$ no se puede expresar como una suma de dos fracciones egipcias. Encuentra una expresión de esta fracción como suma de tres fracciones egipcias y trata de hacer lo más pequeño posible el mayor de los denominadores.
80. Sobre cada uno de los lados de un triángulo se construye un cuadrado (hacia el exterior del triángulo). Los seis vértices de estos tres cuadrados que no coinciden con alguno de los vértices del triángulo forman un hexágono. Tres de los lados de este hexágono son iguales a los correspondientes lados del triángulo. Demuestra que cada uno de los tres lados restantes es igual al doble de una de las medianas del triángulo.
81. Cinco de las aristas de un tetraedro son de la misma longitud a , y la sexta arista es de longitud b . (a) Expresa en función de a y b el radio de la esfera circunscrita al tetraedro. (b) ¿Cómo se podría usar el resultado del apartado (a) para calcular el radio de una superficie esférica (por ejemplo, el radio de una lente)?