

- 111.** Hallar los números primos de la forma  $n^4 + 4$ , con  $n \in \mathbb{N}$ .
- 112.** Sea  $G$  el baricentro del triángulo  $ABC$  y sea  $D$  el punto medio del lado  $BC$ . Suponiendo que el triángulo  $BDG$  es equilátero de lado 1, determina las longitudes de los lados  $AB$ ,  $BC$  y  $CA$  de  $ABC$ .
- 113.** Hallar los valores naturales de  $x$  que convierten la expresión  $x^2 + 5x + 160$  en un cuadrado perfecto.
- 114.** Hallar todos los enteros  $a$ ,  $b$  y  $c$  para los cuales

$$(x - a)(x - 10) + 1 = (x + b)(x + c) \quad \text{para todo } x.$$

- 115.** Los puntos  $P$  y  $Q$  están en los lados  $AB$  y  $AC$  respectivamente del triángulo  $ABC$  y son distintos del vértice  $A$ . Las longitudes  $AP$  y  $AQ$  se denotan por  $x$  e  $y$ , respectivamente. Demostrar que si la recta  $PQ$  pasa por el baricentro del triángulo  $ABC$ , se cumple

$$3xy = bx + cy,$$

donde  $b = AC$  y  $c = AB$ .

- 116.** Las rectas  $OA$ ,  $OB$  y  $OC$  son perpendiculares dos a dos. Expresar el área del triángulo  $ABC$  en términos de las áreas de los triángulos  $OAB$ ,  $OBC$  y  $OCA$ .
- 117.** Si colocamos al azar dos reinas sobre un tablero de ajedrez en casillas distintas, ¿cuál es la probabilidad de que no se amenacen entre sí?