

104. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones, donde x, y, z son reales positivos:

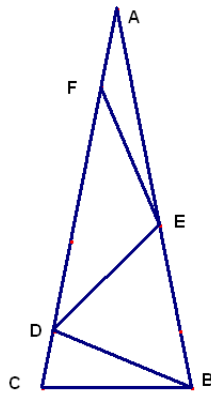
$$\begin{cases} x + y + z = 8 \\ \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 4} + \sqrt{z^2 + 9} = 10 \end{cases}$$

105. Se da el triángulo ABC y se trazan las medianas AM y BN , que se cortan en G . Calcular el área del cuadrilátero $GMCN$ en función del área de ABC .

106. Encuentra un número de cuatro cifras que verifique las siguientes condiciones:

1. La suma de los cuadrados de las cifras de las centenas y de las unidades es igual a 53.
2. La suma de los cuadrados de las otras dos cifras es igual a 45.
3. Si del número requerido restamos el que se obtiene al invertir las cifras, resulta un múltiplo de 99 comprendido entre 1000 y 1200.

107. En la figura, el triángulo ABC es isósceles y el ángulo $A = 20^\circ$. Además, $CB = BD = DE = EF$. Calcular el valor del ángulo FBA (no señalado en la figura).



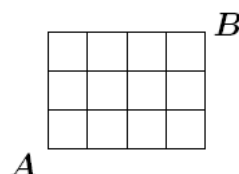
108. Una hormiga que parte del vértice A de un cuadrado $ABCD$ se mueve aleatoriamente a lo largo de los lados del cuadrado. Al llegar a cada vértice decide al azar si avanza o retrocede. Sus andanzas terminarán si llega al vértice C opuesto al A , donde, inmóvil, acecha una voraz araña. ¿Cuál es, por término medio, el número de lados que va a recorrer la hormiga antes de ser devorada?

109. La figura muestra un plano con calles que delimitan 12 manzanas cuadradas.

Una persona P va desde A hasta B y otra Q desde B hasta A .

Ambas parten a la vez siguiendo caminos de longitud mínima con la misma velocidad constante. En cada punto con más de un camino todos los posibles caminos son igualmente probables.

Halla la probabilidad de que se crucen.



110. Sea P un punto interior a un tetraedro regular $ABCD$ tal que $PA = PB = \sqrt{11}$ y $PC = PD = \sqrt{17}$. Calcula la arista del tetraedro. (Problema propuesto en <http://www.usamts.org>)