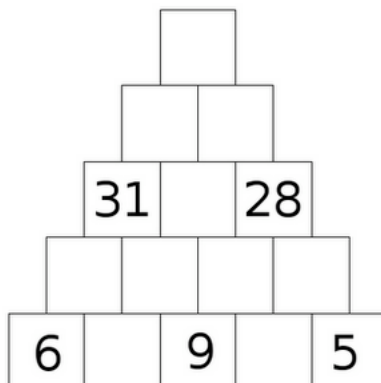


65. Sea un número de tres cifras, abc . Se suman los cinco números acb, bac, bca, cab y cba y resulta que sale 3194. ¿Cuál es el número abc ?
66. Se construye una pirámide numérica colocando números en la base y situando la suma de dos de ellos consecutivos en la fila superior, en medio de los anteriores. Rellena los cuadros en blanco con números naturales para completar la pirámide numérica de la figura.



67. Sean k y l dos circunferencias que se cortan en dos puntos P y Q . Construye la recta m que pasa por P y no contiene a Q , con la propiedad de que si m corta a k en B y P , y m corta a l en C y P , entonces $|PB| = |PC|$.
68. La función g se define sobre los números naturales y satisface, para todo n , las condiciones

$$\begin{aligned} g(2) &= 1, \\ g(2n) &= g(n), \\ g(2n+1) &= g(2n) + 1. \end{aligned}$$

Sea n un número natural tal que $1 \leq n \leq 2011$. ¿Cuál es el valor máximo M de $g(n)$? Encuentra también los valores de n que satisfacen la condición $g(n) = M$.

(*Sugerencia:* Haz una tabla de valores y encuentra una relación entre $g(n)$ y la representación del número n en base 2.)

69. ¿Cuáles son los valores posibles para el área de un hexágono convexo que tiene todos los ángulos iguales y cuyos lados miden 1, 2, 3, 4, 5 y 6, en algún orden?
- (*Sugerencia:* Prolonga los lados para formar un triángulo equilátero.)
70. $ABCD$ es un cuadrilátero cualquiera, P y Q son los puntos medios de las diagonales BD y AC , respectivamente. Las paralelas por P y Q a la otra diagonal se cortan en O . Si unimos O con los cuatro puntos medios X , Y , Z y T de los lados del cuadrilátero, se forman cuatro cuadriláteros $OXBY$, $OY CZ$, $OZDT$ y $OTAX$. Prueba que estos cuatro cuadriláteros tienen la misma área.