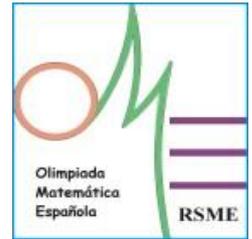




REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA

LIV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Comunidad de Madrid



FASE CERO: viernes 24 de noviembre de 2017

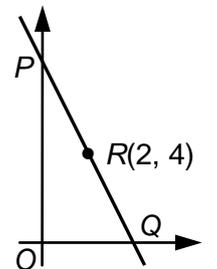
- En la hoja de respuestas, escribe la letra de la opción que creas correcta.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 1 punto y cada respuesta errónea 0 puntos.
- No está permitido el uso de calculadoras, instrumentos de medida o de cualquier aparato electrónico.
- TIEMPO: 3 horas.

1. Colocamos cifras en los huecos del número $2\square\square$, una en cada hueco, para formar un número de tres cifras. ¿De cuántas formas podemos hacerlo para que el número obtenido sea mayor que 217?

- A) 81 B) 82 C) 83 D) 92 E) 93

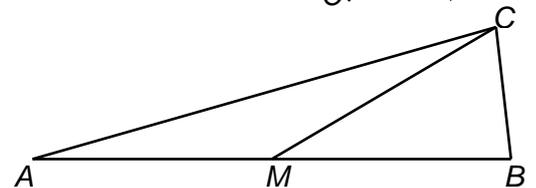
2. En la siguiente gráfica el punto P está en el eje OY, Q es el (4, 0) y la recta PQ pasa por el punto R(2, 4). ¿Cuál es el área del triángulo OPQ?

- A) 8 B) 12 C) 32 D) 24 E) 16



3. En el triángulo de la figura, el punto M es el punto medio del lado AB, $\hat{CMB} = 30^\circ$ y $\hat{CAB} = 15^\circ$. ¿Cuánto mide el ángulo \hat{CBA} ?

- A) 75° B) 65° C) 60°
D) 80° E) 85°



4. Jorge tiene 144 cubitos idénticos de 1 cm de arista. Utiliza todos para construir un prisma rectangular cuya base tiene un perímetro de 20 cm, pero hay distintas posibilidades. ¿Cuál es la suma de todas las posibles alturas del prisma?

- A) 31 B) 25 C) 15 D) 22 E) 16

5. Irene es más baja que Jorge, Francisco es más alto que Gustavo, Jorge es más alto que Francisco y Herminia es más baja que Gustavo. ¿Quién es el más alto?

- A) Francisco B) Gustavo C) Herminia D) Irene E) Jorge

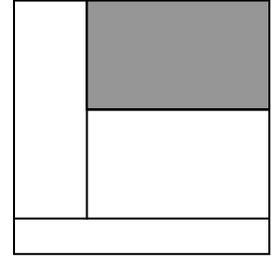
6. El cociente entre la longitud del lado menor de un rectángulo y la longitud del lado mayor es igual al cociente del lado mayor y la diagonal. ¿Cuál es el cuadrado del cociente entre la longitud del lado menor y la diagonal?

- A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$

7. En el triángulo ABC, $AB = 6$, $AC = 8$ y $BC = 10$. Si D es el punto medio del lado BC, ¿cuál es la suma de los radios de las circunferencias inscritas en los triángulos ADB y ADC?

- A) $1+\sqrt{5}$ B) $\frac{11}{4}$ C) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ D) $\frac{17}{6}$ E) 3

8. El cuadrado $PQRS$, de lado 42, está dividido en cuatro rectángulos del mismo perímetro, tal y como muestra la figura. ¿Cuál es el área del rectángulo sombreado?



- A) 252 B) 432 C) 441 D) 490
E) 540

9. Las longitudes de los lados de un triángulo obtusángulo son: 10, 17 y x . Si x es un número entero, ¿cuál es la suma de los posibles valores de x ?
- A) 161 B) 148 C) 63 D) 323 E) 224
10. La región del espacio formada por los puntos que distan 3 unidades del segmento AB tiene por volumen 216π . ¿Cuál es la longitud de dicho segmento?
- A) 6 B) 12 C) 18 D) 20 E) 24
11. Conduciendo a velocidad constante, Alberto tarda 3 horas en ir desde su casa a casa de sus padres. Un día empezó a conducir a su velocidad habitual pero, después de llevar la tercera parte del camino, empezó a llover y redujo su velocidad en 20 km/h, tardando en total 276 minutos. ¿Qué distancia hay entre la casa de Alberto y la de sus padres?
- A) 132 km B) 135 km C) 138 km D) 141 km E) 144 km
12. Isa tiene 30 varillas, de longitudes enteras y diferentes, entre 1 y 30 cm. Toma tres de ellas, de longitudes 3 cm, 7 cm y 15 cm y las coloca encima de una mesa. Debe elegir una cuarta para formar con las cuatro un cuadrilátero. ¿Cuántas de las 27 restantes puede elegir?
- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20
13. En un triángulo rectángulo, de lados 3, 4 y 5, inscribimos de dos formas diferentes dos cuadrados. El primero, de lado x , tiene un vértice que coincide con el vértice del triángulo correspondiente al ángulo recto. El segundo, de lado y , tiene dos vértices consecutivos en la hipotenusa. ¿Cuál es el valor de $\frac{x}{y}$?
- A) $\frac{12}{13}$ B) $\frac{35}{37}$ C) 1 D) $\frac{37}{35}$ E) $\frac{13}{12}$
14. En el rectángulo $ABCD$, $AB = 3$ y $BC = 4$. El punto E es el pie de la perpendicular desde B a la diagonal AC . ¿Cuál es el área del triángulo AED ?
- A) 1 B) $\frac{42}{25}$ C) $\frac{28}{15}$ D) 2 E) $\frac{54}{25}$
15. Prolongamos por B el diámetro AB , de una circunferencia de radio 2, hasta un punto D de tal forma que $BD = 3$. Elegimos un punto E tal que $ED = 5$ y los segmentos ED y AD sean perpendiculares. El segmento AE corta a la circunferencia en el punto C , entre A y E . ¿Cuál es el área del triángulo ABC ?
- A) $\frac{100}{37}$ B) $\frac{140}{39}$ C) $\frac{145}{39}$ D) $\frac{140}{37}$ E) $\frac{120}{31}$
16. ¿Cuántos enteros positivos menores o iguales que 2017, escritos en la notación habitual, llevan la cifra cero?
- A) 469 B) 471 C) 475 D) 478 E) 481

26. Sea \mathcal{S} el conjunto de puntos (x, y) del plano tales que dos de los tres números, 3, $(x + 2)$, $(y + 4)$ son iguales y el tercero es menor o igual que esos otros dos. ¿Cuál de las siguientes es una correcta descripción de \mathcal{S} ?

- A) \mathcal{S} es un punto B) \mathcal{S} es un par de rectas que se cortan C) \mathcal{S} es un triángulo
 D) \mathcal{S} es: tres rectas que se cortan dos a dos en tres puntos diferentes
 E) \mathcal{S} es: tres semirrectas con un punto común

27. Los lados AB y AC del triángulo equilátero ABC son tangentes a una circunferencia en los puntos B' y C' , respectivamente. ¿Qué fracción del área de dicho triángulo cae fuera de la circunferencia?

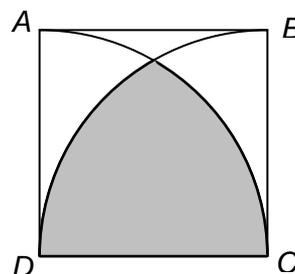
- A) $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi - \frac{1}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$ E) $\frac{4}{3} - \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$

28. Los tres vértices del triángulo equilátero están en la hipérbola $x \cdot y = 1$, siendo uno de los vértices de la hipérbola el baricentro del triángulo. ¿Cuál es el área de dicho triángulo?

- A) $\sqrt{48}$ B) $\sqrt{60}$ C) $\sqrt{108}$ D) $\sqrt{120}$ E) 13

29. En un cuadrado de lado a trazamos dos cuadrantes de circunferencia, como muestra la figura, con centros en A y B . ¿Cuál es el área de la parte sombreada?

- A) $\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2$ B) $\frac{1}{6}a^2$ C) $\frac{\pi}{6}a^2$
 D) $\frac{\sqrt{3}-1}{6}a^2$ E) Faltan datos



30. Si $f(x) = \operatorname{sen}x + 2\operatorname{cos}x + 3\operatorname{tg}x$ (con x en radianes), ¿en qué intervalo está el menor valor positivo de x para el que $f(x) = 0$?

- A) (0, 1) B) (1, 2) C) (2, 3) D) (3, 4) E) (4, 5)