

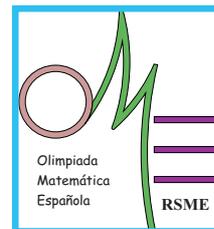


LIII Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Primera sesión

Viernes tarde, 13 de enero de 2017



1. Describir todas las soluciones enteras positivas (m, n) de la ecuación

$$8m - 7 = n^2$$

y dar el primer valor de m (si existe) mayor que 1959.

2. Calcular el número máximo de raíces reales distintas que puede tener un polinomio P que verifique la siguiente propiedad: el producto de dos raíces distintas de P sigue siendo una raíz de P .
3. Se colorean los números $1, 2, \dots, n$ de dos colores, azul y rojo. Probar que si $n = 2017$ existe una coloración tal que la ecuación

$$8(x + y) = z$$

no tiene soluciones monocromáticas. Determinar el menor n para el que nunca es posible colorear los números de forma tal que no haya soluciones monocromáticas.

**No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.**

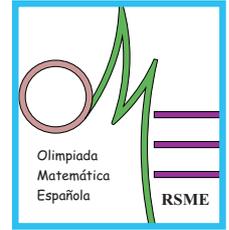


LIII Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Segunda sesión

Sábado mañana, 14 de enero de 2017



4. Encontrar todas las soluciones enteras positivas de

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b+c-2} = 1$$

5. Hallar todas las soluciones enteras positivas de la ecuación

$$8x^2 - 2x - 6xy + y^2 = 2018.$$

6. En un triángulo acutángulo ABC consideramos su ortocentro, H . Sean A' , B' y C' los simétricos de H con respecto a los lados BC , CA y AB , respectivamente. Probar que si los triángulos ABC y $A'B'C'$ tienen un ángulo igual, entonces también tienen un lado igual. ¿Es cierto el recíproco?

**No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.**