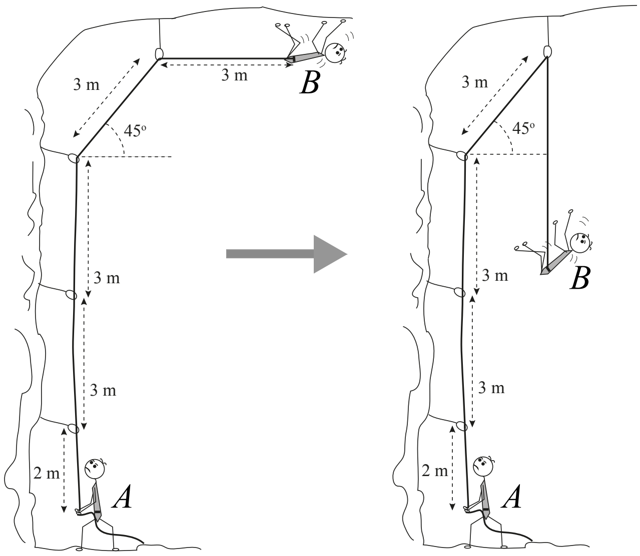
P1 .- La escalada deportiva.



La escalada deportiva es practicada cada día por un mayor número de personas. En realidad, la escalada es una lucha contra algo que no podemos vencer: la gravedad. Esto es cierto porque todos los escaladores, hasta los mejor entrenados, sufren caídas. La buena noticia es que hoy en día disponemos de materiales que hacen de la escalada una actividad muy segura. Por ejemplo, las cuerdas dinámicas que se utilizan son muy elásticas y permiten que gran parte del impacto de una caída sea absorbido por la propia cuerda.

En la figura de la izquierda de este problema, un escalador A está asegurando con una cuerda a un compañero B que está escalando una vía muy difícil. Cuando se encuentra en el techo de la vía (ver figura de la izquierda), el escalador B pierde la adherencia y cae. La cuerda detiene la caída y el escalador B queda colgando de la cuerda como indica la figura de la derecha. Tras finalizar la jornada de escalada, y como ambos escaladores son estudiantes de 2º de Bachillerato de Ciencias, deciden analizar desde el punto de vista de la física lo que ha ocurrido.

Los escaladores asumen que la cuerda tiene comportamiento elástico, de manera que la elongación ΔL que ha sufrido el tramo de cuerda entre los dos escaladores es proporcional a la fuerza F a que ha sido sometida. En un libro de Física General encuentran que, para un sólido de sección recta A, dicha relación es:

$$F = Y\,A\,\frac{\Delta L}{L}$$

siendo L la longitud del sólido sometido a la fuerza F. La constante Y es el Módulo de Young que mide el grado de elasticidad de un cierto material. Los escaladores recurren a las especificaciones técnicas de la cuerda y encuentran que la elongación estática de esa cuerda es del 10%. Durante los ensayos normativos, la elongación estática se determina como la elongación relativa de la cuerda bajo una masa de 80 kg.

a) Determinar el módulo de Young Y de la cuerda si ésta tiene una longitud total de 80 m y un diámetro de 9.8 mm.

b) El objetivo de los escaladores es determinar de la forma más aproximada posible la fuerza de impacto F que ha sufrido el escalador B debido a la caída. Asumiendo que los seguros intermedios no ejercen ningún efecto sobre el comportamiento elástico de la cuerda, calcular el valor de dicha fuerza de impacto F, sabiendo que el escalador B pesa 70 kg.

El factor de caída f se define como el cociente entre la altura de caída de un escalador y la longitud de la cuerda entre el asegurador y el escalador. El valor mínimo de f es cero.

c) Para caídas sin impacto contra el suelo, razona cuál es el valor máximo que puede tomar f.

d) Calcular el valor f de la caída que ha sufrido el escalador B.

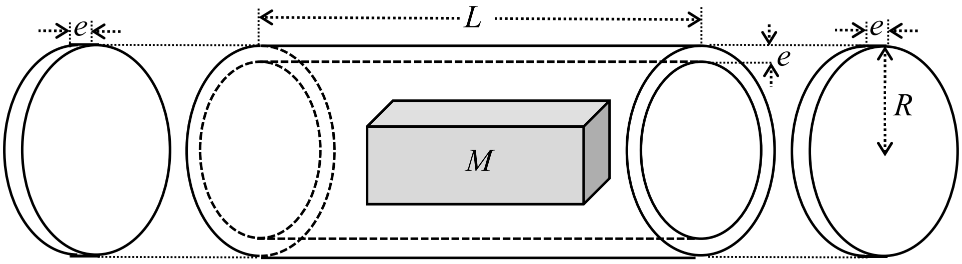
P2 .- La flotabilidad del submarino S-80.

El submarino S-80 fabricado por la empresa pública Navantia para la Armada Española ha tenido varios problemas durante el proceso de su construcción. Uno de esos problemas estaba relacionado con su flotabilidad en el mar. En el diseño inicial del submarino, sus dimensiones no eran las correctas, de manera que corría el riesgo de no flotar en el mar y acabar hundido. Para solucionar este problema, en la empresa Navantia tuvieron que rehacer su diseño y aumentar la longitud o eslora del submarino, lo que ha provocado un significativo incremento de su coste.

Consideremos un modelo simplificado de este submarino. Su casco está formado por un cilindro horizontal de acero de longitud L = 70 m, radio R = 3 m y con un espesor e de la pared del casco, e = 0.1 m. Este cilindro está cerrado en sus bases por dos tapas de radio R y espesor e, como indica la figura.

Además, nuestro "submarino" lleva en su interior una carga de combustible, equipamiento, munición, tripulación, etc. La masa total de esta carga es $M = 1.2\times10^6$ kg.

a) Calcular la fuerza de empuje que ejerce el agua del mar sobre nuestro submarino cuando está sumergido. Dato: Densidad del agua de mar $\rho_{ag} = 1027$ kg/m^3.



b) Demostrar que con esas dimensiones nuestro submarino con su carga M se hundiría en el mar. Calcular el valor de la aceleración con que descendería el submarino, despreciando el rozamiento con el agua. Dato: Densidad del acero $\rho_{ac} = 7850$ kg/m^3.

c) Suponiendo que la presión máxima externa que es capaz de resistir el casco de acero de un submarino antes de ser aplastado es $P_{max} = 3.5\times10^6$ Pa, calcular la profundidad a la cual el casco de nuestro submarino resultaría aplastado por la presión externa.
Dato: Presión atmosférica $P_{atm} = 101325$ Pa.

d) Con esas dimensiones, nuestro submarino se hunde. Calcular el tiempo que tardaría en alcanzar esa profundidad de aplastamiento al hundirse.

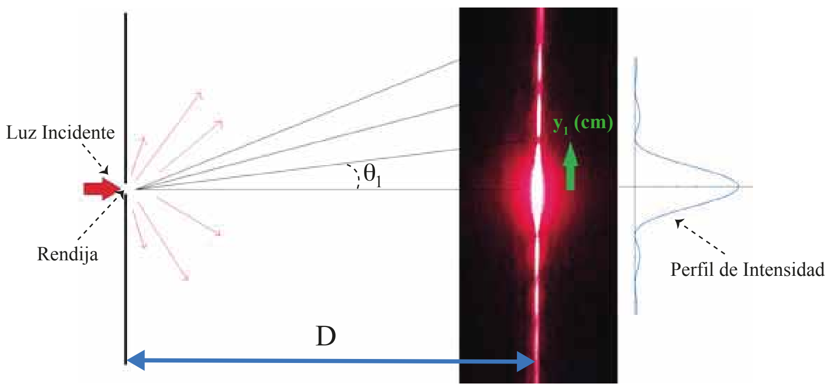
e) Si queremos cambiar el diseño del casco de nuestro submarino para que pueda permanecer en equilibrio totalmente sumergido en el mar con toda su carga M dentro, ¿cuánto tendríamos que aumentar la longitud L del cilindro?

f) Indicar otros 3 cambios que podrían hacerse en el diseño del casco del submarino para lograr que pueda permanecer en equilibrio totalmente sumergido en el mar con su carga M.

P3 .- Amplificación de pulsos láser y difracción.

Este año, parte del Premio Nobel de Física ha sido compartido por Donna Strickland y Gérard Mourou por la invención de una técnica de amplificación de pulsos láser (*Chirped Pulse Amplification*). En ella, mediante redes de difracción, se descompone el espectro de un pulso láser ultraintenso y se produce un retardo temporal entre sus longitudes de onda para reducir la potencia del mismo y poder introducirlo en un sistema de amplificación sin que se estropee. A continuación, se recompone el pulso, obteniendo como resultado el inicial (pero más intenso). Ya tenemos los pulsos láser preparados para su utilización en sistemas aceleradores de carga o en fuentes de radiación de, por ejemplo, rayos X (utilizados para obtener imágenes de gran resolución en medicina y en controles no invasivos de calidad de productos).

Por simplificar, supongamos un pulso formado por luz con dos longitudes de onda azul y roja que se difractan a través de una rendija. Cuando un haz monocromático atraviesa una rendija, se difracta en todas las direcciones y al llegar a una pantalla forma un patrón como el de la foto, con máximos y mínimos de intensidad (esquema a la derecha de la foto). La posición y de los mínimos respecto al máximo central depende de la longitud de onda λ, que se identifica con el color del haz.



El campo eléctrico asociado a la luz incidente viene dado por la ecuación $E = E_0 cos(kx - wt)$, donde x y t son la posición y el tiempo. El número de onda k y la frecuencia angular w vienen dados por las expresiones $k = 2\pi/\lambda$ y $w = 2\pi f$.

a) Sabiendo que la velocidad de propagación de la onda viene dada por $v = \lambda f$, obtener los valores de la longitud de onda y número de onda de un campo cuya frecuencia es $w = 3.53\times10^{15}$ rad/s

En la pantalla, la distancia y entre el máximo central y los mínimos viene dada por la expresión:

$$y_n = n\frac{D\lambda}{a},$$

donde n es el número de mínimo (empezando por el máximo central), y a es la anchura de la rendija.

b) Si utilizamos una rendija con una abertura de 0.1 mm, calcular la distancia D de la rendija a la pantalla para que la posición entre los primeros máximos difractados (los más cercanos al central) al incidir con luz azul y luego roja sea de 2 cm.
Datos: $\lambda_{azul} = 400$ nm; $\lambda_{rojo} = 700$ nm.

c) Calcular el retardo temporal (Δt) de ambas ondas desde que parten de la rendija hasta que llegan a la pantalla para la distancia D obtenida en el apartado anterior.

P4.- Prueba experimental: Medida de la constante dieléctrica: El condensador de placas plano-paralelas

En octubre de 1745 Ewald Georg von Kleist, observó que la carga eléctrica podía ser almacenada conectando un generador electrostático a un volumen de agua en el interior de un recipiente de vidrio a través de un cable. La mano de Von Kleist y el agua actuaban como conductores, mientras que el recipiente hacía de aislante. Von Kleist fue sacudido al tocar el alambre por una poderosa chispa, mucho más dolorosa que la que se obtenía de un generador electrostático, por lo que dedujo correctamente que la carga eléctrica se almacenaba en ese dispositivo. Años más tarde, se descubrió que la capacidad C de almacenar carga Q por parte de estos dispositivos, venía dada por:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \qquad (1)$$

Siendo Q la carga del condensador y ΔV la diferencia de potencial aplicada. En el Sistema Internacional, la unidad de capacidad es el Faradio (F):

$$1\ \text{F} = 1\ \text{Culombio/Voltio} = 1\ \text{C/V}$$

El condensador más básico y el más habitual en un laboratorio es el de placas plano-paralelas. Como indica la Figura 1, este condensador está constituido por dos placas conductoras finitas e iguales, cargadas con la misma densidad superficial de carga (σ), pero de signo contrario. Las placas se encuentran separadas una distancia d, lo suficientemente pequeña comparada con las dimensiones de las mismas. De esta forma, se puede suponer que el campo eléctrico creado por cada una de las placas es aproximadamente el que produce un plano infinito, cargado con densidad superficial de carga σ. Así, aplicando el Teorema de Gauss, el campo eléctrico E entre las placas viene dado por:

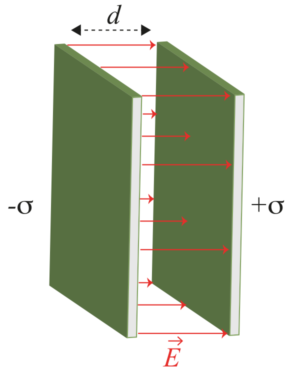


Figura 1

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \Delta V\, d, \quad (2)$$

siendo ε la permitividad (capacidad de apantallar) del material dieléctrico colocado entre las placas. Para el tipo de geometría indicada (Figura 2), cada placa del condensador tiene una superficie A y por tanto almacena una carga:

$$Q = A\,\sigma \quad (3)$$

Usando las expresiones (2) y (3), la capacidad C del condensador de placas plano-paralelas viene dada por:

$$C_o = \varepsilon_o \frac{A}{d}, \qquad C = \varepsilon \frac{A}{d}, \quad (4)$$

para los casos en los que entre las placas hay vacío (C_0) o un cierto dieléctrico (C). El cociente entre C_0 y C es la constante dieléctrica *k:*

$$k = \frac{C}{C_o} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \geq 1 \qquad (5)$$

Como indica la ecuación (5), la constante dieléctrica es una magnitud adimensional que determina la capacidad de un condensador. Esto es debido a que, al introducir un cierto material dieléctrico entre las placas del condensador, su capacidad respecto a la del vacío aumenta en un factor igual al valor de la k de dicho material. El valor de la constante dieléctrica es propio de cada material, y es importante conocer su valor.

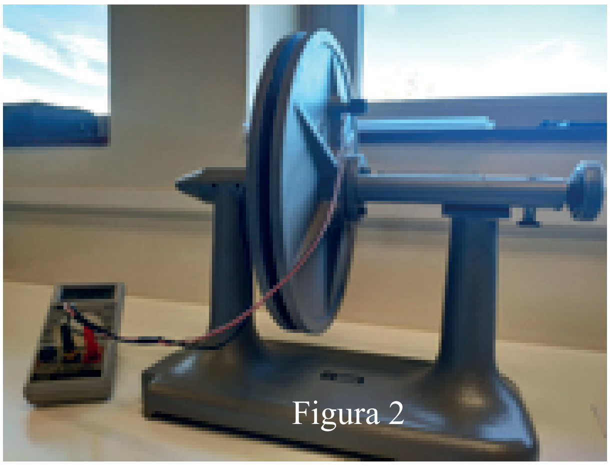


Figura 2

En el montaje experimental de la Figura 2 tenemos un condensador de placas plano-paralelas circulares. Como dieléctrico usaremos láminas de metacrilato de diferente espesor d que introducimos completamente entre las placas del condensador. Para medir la capacidad C en cada caso usaremos un polímetro (*capacímetro*) conectado a las placas del condensador (ver Figura 2).

En la siguiente tabla se recoge la serie de valores de capacidad C obtenidos para diversos valores de espesores d de las láminas de metacrilato, es decir de separación entre las placas del condensador:

d (mm)	1	2	3	5	6	8
C (pF)	850	512	329	213	175	135

Datos: Permitividad del vacío: $\varepsilon_o \approx 8.85 \times 10^{-12}$ $C^2/N \cdot m^2$; diámetro de las placas circulares del condensador: $D = 25.5$ cm

a) Representa gráficamente en el papel milimetrado los puntos experimentales de la capacidad C del condensador frente a la inversa de la separación entre placas: *(x, y) = (1/d, C)*.
Ayuda: Las capacidades que aparecen en la tabla están expresadas en picofaradios (1 pF = 10^{-12} F).

b) Ajusta a una recta los puntos obtenidos en la gráfica anterior.

c) A partir de este ajuste, determina el valor de la permitividad dieléctrica (ε) del metacrilato que se ha utilizado como dieléctrico.

d) Con el valor de la permitividad dieléctrica obtenido anteriormente, determina el valor de la constante dieléctrica k del metacrilato utilizado.