



**Universidad de La Rioja**  
**Pruebas de Acceso a la Universidad**  
**Curso 2020-21**  
**Mayores de 25 años**  
**Matemáticas**  
**Tiempo de realización del examen 1h.**

## 1. Objetivo General

Evaluar si los alumnos han alcanzado una madurez matemática suficiente que les permita acceder a las titulaciones del ámbito científico. Para ello es necesario que los alumnos:

- conozcan el lenguaje y símbolos matemáticos;
- sean capaces de realizar cálculos correctamente;
- razonen de una manera lógica y rigurosa.

## 2. Contenidos

### 1. Número Real.

- a) Números naturales, enteros, racionales e irracionales. Operaciones.
- b) Radicales. Operaciones con radicales.
- c) Polinomios en una variable indeterminada. Operaciones. Regla de Ruffini. Teorema del resto.
- d) Factorización.
- e) Fracciones algebraicas. Operaciones.

### 2. Algebra Lineal.

- a) Matrices. Operaciones básicas. Matriz inversa.
- b) Determinantes. Propiedades. Rango de una matriz.
- c) Sistemas de ecuaciones lineales. Tipos de sistemas. Resolución por el método de Gauss.
- d) Teorema de Rouché y regla de Cramer.

### 3. Geometría Analítica.

- a) Ecuaciones de rectas y planos.
- b) Posiciones relativas. Distancias. Productos escalar de vectores. Ángulos.

### 4. Cálculo.

- a) Funciones elementales (polinómicas, logarítmicas, exponenciales y trigonométricas). Límites. Continuidad.
- b) Concepto de derivada. Interpretación geométrica. Cálculo de derivadas.
- c) Crecimiento y decrecimiento de una función. Extremos relativos. Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión. Representación gráfica de funciones.
- d) Problemas de máximos y mínimos.
- e) Cálculo de primitivas.
- f) Integral definida. Regla de Barrow. Cálculo de áreas y de volúmenes de revolución.

### 5. Probabilidades y estadística.

- a) Cálculo de la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace.
- b) Cálculo de la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.
- c) Cálculo de probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante calculadora.
- d) Cálculo de probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora.

## 3. Destrezas Requeridas

Tres son las destrezas esenciales requeridas, según se ha puesto de manifiesto en el objetivo general:

- comprensión de los conceptos;
- destreza en los cálculos;
- rigor y claridad en los razonamientos.

Estas destrezas se han de exigir en cada uno de los temas. Por tanto, el alumno:

- Deberá tener soltura en los cálculos numéricos con radicales, polinomios y fracciones algebraicas. Será capaz de simplificar expresiones algebraicas y resolver ecuaciones.
- Deberá ser capaz de resolver sistemas de hasta cuatro ecuaciones lineales, entendiendo claramente qué es la solución de un sistema. Para este objetivo debe manejar con soltura herramientas adecuadas como son las matrices y los determinantes.
- Deberá entender cómo el lenguaje algebraico proporciona un método para resolver problemas de geometría. Así, será capaz de encontrar ecuaciones de rectas y planos, saber sus posiciones relativas y calcular distancias entre puntos, rectas y planos.
- Deberá ser capaz de realizar derivadas e integrales de funciones sencillas (polinómicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y combinaciones de ellas).
- Deberá saber aplicar estas técnicas (derivación e integración) al cálculo de áreas y volúmenes, al cálculo de tangentes a trayectorias, de vectores de velocidad y de máximos y mínimos de funciones.

## 4. Bibliografía

Libros de Matemáticas de primero y segundo de Bachillerato.

## 5. Criterios de Corrección y Evaluación

- (1) Se sugiere un tipo de corrección positivo, es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.
- (2) Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, del tipo

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b, \quad \frac{\ln x}{x} = \ln, \quad \int \frac{x}{x^2 + 3} = \int \left( \frac{1}{x} + \frac{x}{3} \right),$$

se penalizarán especialmente, y pueden suponer un 0 en el apartado en el que se hayan cometido.

- (3) Se deberá valorar la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas. Algunos ejemplos:
  - (a) Si al resolver un sistema de ecuaciones, el alumno comete un error **numérico**, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.
  - (b) En la representación gráfica de funciones, se valorará la coherencia del dibujo con los datos obtenidos previamente por el alumno. (Vale aquí la misma excepción que en el párrafo anterior.)
- (4) La puntuación máxima que se puede obtener en cada ejercicio viene señalada en la copia del examen que se entrega al alumno. Si alguno de los apartados tiene a su vez subapartados, se deberá distribuir razonablemente el número de puntos entre los mismos (no necesariamente debe darse el mismo peso a cada subapartado).
- (5) Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo sólo los resultados, sin el desarrollo lógico de cómo los ha obtenido, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 40 % de la nota máxima prevista.
- (6) La calificación será la suma de las puntuaciones obtenidas en cada ejercicio de una sola de las propuestas.

## 6. Sobre el uso de calculadoras

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables, no hagan gráficas, ni calculen integrales o derivadas, y tampoco

resuelvan sistemas de ecuaciones. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará a la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

## 7. Modelo de examen

El alumno contestará a los ejercicios de una de las dos propuestas (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a ejercicios de una propuesta y a ejercicios distintos de la otra. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen derivadas o integrales. **Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.**

### Opción A

1.- (3 puntos) Dados el punto  $P = (1, -1, 0)$ , y la recta

$$r : \begin{cases} -2x + z - 1 = 0 \\ 3x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

- (i) Determine la ecuación general del plano ( $Ax + By + Cz + D = 0$ ) que contiene al punto  $P$  y a la recta  $r$ .
- (ii) Halle, si existe, el valor del parámetro  $a$  tal que el plano  $\pi : ax + 3y + 2z = 0$  y la recta  $r$  sean perpendiculares.

2.- (4 puntos) Calcule el dominio, las asíntotas, los intervalos de crecimiento y los extremos relativos de la función  $f(x) = \frac{1}{2-x} + \frac{1}{x+1}$ .

Esboce la gráfica de la función que refleje los datos obtenidos.

3.- (3 puntos) Sea  $a$  un número real. Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + 5y + 5z = 0 \\ x + ay + z = 3 \\ y + z = -2 \end{cases}$$

Halle el determinante de la matriz del sistema. Discuta, según los valores de  $a$ , la solución del sistema. Resuelva el sistema cuando  $a = 2$ .

### Opción B

1.– (3 puntos) Dados el punto  $P = (1, -1, 0)$ , y la recta

$$r : \begin{cases} -2x + z - 1 = 0 \\ 3x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

- (i) Determine la ecuación general del plano ( $Ax + By + Cz + D = 0$ ) que contiene al punto  $P$  y a la recta  $r$ .
- (ii) Halle, si existe, el valor del parámetro  $a$  tal que el plano  $\pi : ax + 3y + 2z = 0$  y la recta  $r$  sean perpendiculares.

2.– (4 puntos) Calcule el dominio, las asíntotas, los intervalos de crecimiento y los extremos relativos de la función  $f(x) = \frac{1}{2-x} + \frac{1}{x+1}$ .  
Esboce la gráfica de la función que refleje los datos obtenidos.

3.– (3 puntos) Dibuje la figura de la región acotada que está limitada por la curva  $g(x) = x^4 + x^3$  y el eje  $OX$ . Calcule su área.