



Contesta sólo una de las dos opciones propuestas (OPCIÓN A/OPCIÓN B).

OPCIÓN A

Parte A1: Responde a cuatro de las cinco preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 4 puntos.

Pregunta A1.1 (1 punto) Mi amigo Diego dice que la función

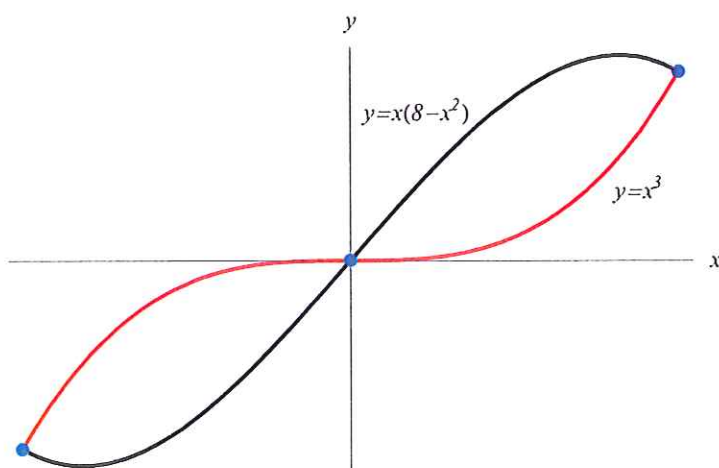
$$f(x) = \begin{cases} -2ax^2 + 4bx + 1, & x > 1, \\ ax + b, & 1 \geq x \geq -1, \\ 2ax^2 + 2bx - 1, & x < -1, \end{cases} \quad \text{con } a \text{ y } b \text{ números reales,}$$

no es continua para ninguna pareja de valores a y b . Yo le he dicho que no tiene razón y que es continua para infinitas parejas de valores a y b . ¿Quién de los dos tiene razón? Argumenta tu respuesta.

Pregunta A1.2 (1 punto) Si $A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, calcula las matrices $A - I_2 - 2 \cdot A^{-1}$ y $(A - 2 \cdot A^{-1})^{2016}$. **Nota:** I_2 denota la matriz identidad de orden dos y A^{-1} la matriz inversa de A .

Pregunta A1.3 (1 punto) Se sabe que la edad de los trabajadores en las fábricas de calzado de la zona de Arnedo sigue una distribución normal de desviación típica 10. Con una muestra de trabajadores elegida al azar se ha obtenido una media de 42 años. Si el intervalo de confianza al 90% para la media de edad es $(39.25, 44.75)$, ¿cuál ha sido el tamaño de la muestra utilizada? (Véase la **Tabla simplificada para la normal tipificada** al final del examen.)

Pregunta A1.4 (1 punto) Calcular el área de la región limitada por las curvas $y = x^3$ e $y = x(8 - x^2)$. En la figura siguiente se muestra sombreada la región cuya área se solicita.



Pregunta A1.5 (1 punto) Para la próxima temporada de otoño-invierno, el programador del Teatro Timorato debe seleccionar tres espectáculos de entre dieciséis propuestas que ha recibido y, puesto que le gustan todas, ha decidido hacer la selección por sorteo. Como estamos en año Cervantes, entre las propuestas recibidas hay seis inspiradas o basadas en textos de dicho autor. ¿Qué probabilidad tiene de programar al menos un espectáculo cervantino?

Parte A2: Resuelve los dos problemas que se proponen a continuación. Su valor total es de 6 puntos.

Problema A2.1 (1+1+1 puntos) Consideremos el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas siguiente:

$$\begin{cases} (1 + a)x + (2 - a)y + z = 2, \\ 2ax + y + z = 2, \\ (1 - a)x + (1 - a)y + z = 3. \end{cases}$$

- Determinar los valores del parámetro a para los que el sistema es compatible y determinado.
- ¿Existe algún valor de a para el que el sistema es compatible e indeterminado?, ¿e incompatible?
- Resolver el sistema para $a = 1$.

Problema A2.2 (1+1+1 puntos) Una urna contiene seis bolas rojas y cuatro negras. Se extrae uno de ellas al azar y se introducen en la urna una bola del color de la extraída y dos del otro color. Tras la reposición, se extrae una segunda bola.

- Calcula la probabilidad de sacar una bola roja en la segunda extracción.
- Calcula la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean de distinto color.
- Si en la segunda extracción hemos sacado una bola roja, calcula la probabilidad de que en la primera también lo haya sido.

OPCIÓN B

Parte B1: Responde a cuatro de las cinco preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 4 puntos.

Pregunta B1.1 (1 punto) Mi amigo Diego dice que la función

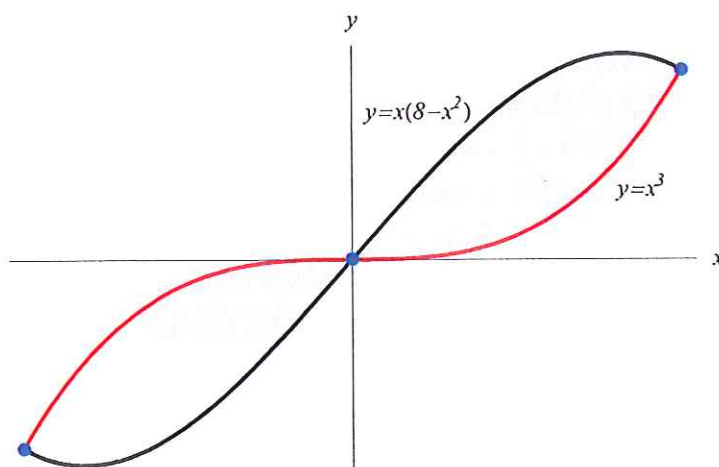
$$f(x) = \begin{cases} -2ax^2 + 4bx + 1, & x > 1, \\ ax + b, & 1 \geq x \geq -1, \\ 2ax^2 + 2bx - 1, & x < -1, \end{cases} \quad \text{con } a \text{ y } b \text{ números reales,}$$

no es continua para ninguna pareja de valores a y b . Yo le he dicho que no tiene razón y que es continua para infinitas parejas de valores a y b . ¿Quién de los dos tiene razón? Argumenta tu respuesta.

Pregunta B1.2 (1 punto) Si $A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, calcula las matrices $A - I_2 - 2 \cdot A^{-1}$ y $(A - 2 \cdot A^{-1})^{2016}$. **Nota:** I_2 denota la matriz identidad de orden dos y A^{-1} denota la matriz inversa de A .

Pregunta B1.3 (1 punto) Se sabe que la edad de los trabajadores en las fábricas de calzado de la zona de Arnedo sigue una distribución normal de desviación típica 10. Con una muestra de trabajadores elegida al azar se ha obtenido una media de 42 años. Si el intervalo de confianza al 90% para la media de edad es (39.25, 44.75), ¿cuál ha sido el tamaño de la muestra utilizada? (Véase la **Tabla simplificada para la normal tipificada** al final del examen.)

Pregunta B1.4 (1 punto) Calcular el área de la región limitada por las curvas $y = x^3$ e $y = x(8 - x^2)$. En la figura siguiente se muestra sombreada la región cuya área se solicita.



Pregunta B1.5 (1 punto) Para la próxima temporada de otoño-invierno, el programador del Teatro Timorato debe seleccionar tres espectáculos de entre dieciséis propuestas que ha recibido y, puesto que le gustan todas, ha decidido hacer la selección por sorteo. Como estamos en año Cervantes, entre las propuestas recibidas hay seis inspiradas o basadas en textos de dicho autor. ¿Qué probabilidad tiene de programar al menos un espectáculo cervantino?

Parte B2: Resuelve los dos problemas que se proponen a continuación. Su valor total es de 6 puntos

Problema B2.1 (1+1+1 puntos) Sea la función $f(x) = \frac{-x}{x^2+b}$, donde supondremos que b es un valor real no nulo.

- Determinar b si la recta tangente a la función dada en $x = 1$ es paralela a la recta $y = x + 6102$.
- Para $b = 2$, calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{f(x)} + x - 2 \right)$.
- Para $b = 4$, estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función y determinar su extremos relativos.

Problema B2.2 (1+1+1 puntos) En un colegio de educación infantil deben solicitar la ayuda de las madres y los padres de los niños para realizar una actividad en el centro. Los profesores tienen una serie de necesidades y se han impuesto las siguientes limitaciones:

- El número de padres debe ser igual o mayor que el de madres.
- La diferencia entre el número de padres y el doble del número de madres debe ser menor o igual que cuatro.
- El número total de madres y padres debe ser al menos cuatro pero no exceder diez.

Echa una mano a los profesores y resuelve las siguientes cuestiones:

- Plantea el conjunto de restricciones del problema.
- Dibuja la región factible asociada con las restricciones anteriores.
- Si las madres pueden dedicar, de media, cuatro horas a la actividad y los padres tres, ¿cuál debe ser la distribución de padres y madres por la que deben optar los profesores para maximizar el tiempo dedicado por las familias a la actividad?

Tabla abreviada de la normal tipificada.

Z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7258	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7996	0,8023	0,8051	0,8079	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9430	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9485	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9700	0,9706



CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

- (1) Se sugiere un tipo de corrección positivo, es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.
- (2) Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, que muestren un desconocimiento profundo de propiedades y funciones básicas (errores repetidos en la manipulación de igualdades y de desigualdades o en operaciones con fracciones, errores graves al desarrollar cuadrados o en la resolución de ecuaciones de segundo grado, etc.), penalizarán especialmente y pueden suponer un 0 en el apartado en el que se hayan cometido.
- (3) Se valorará la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas. Algunos ejemplos:
 - (a) Si al resolver un sistema de ecuaciones el alumno comete un error numérico, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.
 - (b) En la representación gráfica de funciones se valorará la coherencia del dibujo con los datos obtenidos previamente por el alumno. (Vale aquí la misma excepción que en el párrafo anterior.)
- (4) La puntuación máxima de cada pregunta figurará en su enunciado. En los casos en los que la pregunta contenga apartados, lo que aparecerá es el valor de cada uno de ellos.
- (5) Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo sólo los resultados, sin aportar el desarrollo que le ha permitido obtener dicha solución, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 50% de la nota máxima prevista. Como excepción, se será flexible en las respuestas a cuestiones de estadística y probabilidad.
- (6) Las respuestas a problemas que no correspondan a la opción seleccionada no serán contabilizadas. Si se contesta a las cinco cuestiones, sólo se contabilizarán las cuatro primeras respuestas (salvo que el alumno indique explícitamente la que desea rechazar).

