

Un vistazo a la Biomatemática

Un viejo chiste del ámbito de la Biología cuenta que un granjero, con intención de acrecentar sus beneficios, solicita un estudio de su sistema de producción de leche. El trabajo es encomendado a un matemático. Tras semanas de espera, llega una carta con los resultados del análisis. El hombre la abre ansioso, pero a los pocos segundos, indignado, la tira sin terminar de leerla. La primera frase de la carta dice: *Supongamos, para empezar, que sus vacas son esféricas...*

Aunque solo sea una broma, siempre hay algo de verdad detrás. El chiste sintetiza de manera magistral la difícil relación histórica entre Biología y Matemática. Hasta hace muy poco, la corriente principal de pensamiento en el campo de las ciencias de la vida ha defendido la inutilidad de las Matemáticas para un análisis y comprensión profundos de la naturaleza. Tradicionalmente, la mayoría de los investigadores han considerado la vida como algo demasiado complicado como para ser traducido a ecuaciones. No les faltaba razón. El grado de complejidad que exhiben los organismos vivos no tiene comparación en el resto de la materia. Abarcar desde el enfoque matemático la totalidad de los aspectos de un proceso biológico es tarea imposible, dado el incalculable número de variables implicadas. Así, son obligadas las simplificaciones de la realidad, las reducciones, los resúmenes. Y en muchas ocasiones estas síntesis han sido excesivas, constituyéndose en una caricatura de la realidad que provoca en los profesionales de la Biología el mismo desengaño que sufre el granjero de nuestra historia.

En este artículo vamos a echar un vistazo rápido a la Biología Matemática, llamada con más frecuencia Biomatemática. Se trata de una rama científica en auge y, como ocurre con la ciencia más puntera, de marcado carácter interdisciplinario. En ella confluyen principalmente biólogos y matemáticos, pero también investigadores de otras ramas del conocimiento, con el reto de aplicar las técnicas matemáticas al estudio de procesos biológicos. Dando un repaso a su historia, a sus métodos de trabajo y a algunos ejemplos clásicos, para concluir con las perspectivas futuras, pretendemos presentar una disciplina que a nuestro juicio ya ha superado sus limitaciones históricas (en forma de vacas esféricas o engendros similares) para constituirse en una de las más emocionantes y necesarias áreas de crecimiento científico de nuestro siglo.

Historia: una relación controvertida

Las formas en que la ciencia ha estudiado los mundos físico y natural han sido radicalmente distintas. La Biología ha sido más que nada experimental. La Física también se hace en el laboratorio, pero con un uso intensivo de matemáticas avanzadas. La mecánica clásica, la relatividad, la termodinámica, la teoría cuántica, etc., han sido reducidas a ecuaciones. Y esta fórmula de convertir las leyes del Universo en matemáticas ha funcionado a la perfección. Cabe preguntarse si es posible algo semejante cuando tratamos de aprehender la materia orgánica, o es cierta la ley de Harvard (prima hermana de la de Murphy), que afirma que *en condiciones rigurosamente controladas de presión, temperatura, volumen, humedad y otras variables, un ser vivo actúa como le da la gana*. De ser así, la Biología sería fundamentalmente una ciencia empírica, en la que muchos resultados se podrían obtener

sin apenas base teórica; y de existir ésta, no sería de índole matemática: se llama Teoría de la Evolución y no contiene una sola ecuación¹.

No obstante, hay lugar para la esperanza. ¿No es cierto que la materia viva está hecha de materia ordinaria? ¿Y no es cierto que como tal materia ordinaria deberá estar sujeta a las conocidas leyes físico-matemáticas? Un gato, a fin de cuentas, es un conjunto de átomos. Ni más ni menos que un cristal. La vida es tan solo una configuración especialmente compleja de los bloques constituyentes inorgánicos habituales.

Por desgracia las cosas no son tan sencillas. La base matemática subyacente en los seres vivos es tan sutil, está tan profundamente oculta, que es una constante histórica la desconfianza de los biólogos para con las ciencias exactas, como si existiesen ciertos principios característicos de los seres vivos que por su complejidad no se pudiesen reducir a las toscas leyes de la Física y la Matemática.

Con todo, ha habido heterodoxos. Y uno de ellos fue el físico teórico de origen ucraniano Nicolas Rashevsky. Asentado en Norteamérica como profesor de la Universidad de Chicago, publicó en 1938 el que se considera primer texto científico sobre Biología Matemática, y un año después crea la primera revista especializada en el tema, *The Bulletin of Mathematical Biology*. Sus trabajos, de corte eminentemente teórico, tuvieron un impacto nulo en la comunidad de biólogos de la época, a pesar de lo cual se le considera el fundador de la Biomatemática como disciplina científica.

Antes que él otros ya habían dado algunos pasos en el tema de la dinámica de poblaciones, tradicionalmente el principal objeto de estudio de la Biomatemática. En la primera mitad del s. XIX el británico T. R. Malthus y el belga P. F. Verhulst desarrollan respectivamente las ecuaciones malthusiana y logística. Estos trabajos, un tanto ingenuos, no consideraban las muchas variables internas y externas que delimitan un crecimiento poblacional. Pero a pesar de su sencillez, sus funciones siguen considerándose válidas para significar la evolución de epidemias, número de células de un embrión o usuarios de una red social como Facebook. Se ha teorizado que la propia población humana parece ajustarse, en su crecimiento, a una función logística, lo cual es esperanzador ya que esta función de crecimiento tiene forma de S^2 .

Otra figura clave de la disciplina es Alan Turing. Matemático, lógico, criptógrafo, científico de la computación y filósofo británico, es bien conocido tanto como precursor de la Informática como por su notable influencia en la victoria aliada en la II Guerra Mundial³. Su trágica muerte alimenta el mito. Turing se interesó en la Morfogénesis, los procesos biológicos que hacen que un organismo desarrolle su particular y específica forma final. Sus ecuaciones aún son interesantes hoy en día, y salen a la palestra en el análisis de la cicatrización de heridas o en la clasificación de tumores entre benignos y malignos. A este prodigio de la ciencia, que publicó estos estudios a principios de los años cincuenta del pasado siglo, se le considera el introductor de la Biología Matemática contemporánea. Su trabajo ya integraba tres de los ingredientes

¹ Aunque R. A. Fisher, en su *Teorema fundamental de la selección natural* (1930), ha traducido a una ecuación la esencia de la Teoría de la Evolución de Darwin.

² Obviamente no tiene *exactamente* forma de S, ya que se trataría de una función multivaluada. Es una sigmoide, una S a la que estiráramos hacia los lados cogiéndola por sus dos extremos. Lo importante aquí es que no supera nunca un valor máximo.

³ Turing trabajó exitosamente en el descifrado de códigos nazis en Bletchley Park, un centro de inteligencia británico clave para el devenir del conflicto. Tras la guerra contribuyó al diseño y construcción de una de las primeras computadoras electrónicas programables.

fundamentales de la actual Biomatemática: modelización, empleo de ecuaciones diferenciales y utilización del ordenador como herramienta básica⁴.

Modelización, ecuaciones diferenciales y computadoras

¿En qué consiste el proceso de modelización? Un modelo matemático es una síntesis de la realidad (en nuestro caso de una realidad biológica) que nos ayuda a entenderla. Se trata de traducir aspectos de la naturaleza al lenguaje matemático. Por lo general el resultado es un sistema de ecuaciones, cuyas soluciones nos aportarán la información cuantitativa esencial respecto del fenómeno estudiado. Si logramos, por ejemplo, traducir a funciones matemáticas los mecanismos de transmisión de señales en el sistema nervioso, dispondremos de una valiosísima herramienta para comprender y controlar esos procesos. El problema es lograr una traducción adecuada y realista, que encierre todos los elementos clave del sistema. Este es el paso crucial en el trabajo del biomatemático, y requiere de altas dosis de imaginación, intuición y conocimientos biológicos. Además de, como es habitual en la ciencia, un inagotable proceso de ensayo-error, hasta dar con el modelo más apto.

Inevitablemente, esta técnica conlleva una simplificación. Un modelo que pretenda ser tan complejo como el mundo real es una utopía. Además, englobaría tantas variables y ecuaciones que sería intratable incluso para las computadoras más potentes. Es más práctico trabajar con modelos sencillos, sin un grado de complicación mayor que el necesario para englobar todos los factores de importancia vital. Obviamente los modelos matemáticos en Biología no ambicionan ser infalibles. Tan solo pretenden ser útiles. Y lo serán siempre que nos proporcionen respuestas realistas, sin necesidad de una complejidad superflua en su planteamiento.

Además de hacernos comprender mejor los procesos biológicos, los modelos nos facilitan el pronóstico de comportamientos futuros. La predicción meteorológica se basa hoy en día en el *trabajo* de cientos de complejas ecuaciones con las que los meteorólogos modelizan el clima. La evolución de la gripe estacional en cuanto a número de afectados también puede ser pronosticada mediante un modelo matemático de epidemias. Y el ahorro de costes es otra ventaja. Los modelos salen muy baratos. Si queremos cuantificar el efecto de un accidente nuclear sobre la fauna y la flora de una región, ¿no es mejor simularlo con unas cuantas ecuaciones que *masticar* un ordenador?

A la hora de modelizar procesos biológicos, las expresiones matemáticas utilizadas son casi invariablemente las ecuaciones diferenciales. Como es bien sabido, este tipo de ecuación tiene dos particularidades. Por una parte, la incógnita buscada no es un número, sino una función. Además, aparece en la ecuación alguna derivada de esa función buscada.

¿Qué convierte a las ecuaciones diferenciales en el objeto matemático más apropiado para modelizar fenómenos de la vida? Su propia naturaleza. La característica principal que experimenta un proceso biológico $f(t)$ es que evoluciona con el tiempo. Y el significado matemático de la derivada $f'(t)$ es fundamentalmente el cambio de $f(t)$ en función del tiempo. Así, una ecuación en la que aparezcan derivadas de la función estudiada se convierte en la forma natural de simbolizar un sistema cambiante.

⁴ El británico fue uno de los primeros científicos que hicieron un uso cotidiano del ordenador en su trabajo. Utilizaba el legendario Ferranti Mark I, el primer computador disponible comercialmente.

Generalmente el resultado final no es una asequible ecuación aislada, sino un sistema con un número de ecuaciones que va desde cuatro o cinco hasta varias decenas. Su resolución, es decir, el encontrar las funciones $f(t)$ que describan el fenómeno, no es sencilla con los métodos analíticos clásicos. En las últimas décadas se han desarrollado paquetes de software específicos para resolver este tipo de sistemas, lo que ha convertido al ordenador en una herramienta indispensable en el trabajo del biomatemático. Las computadoras han sido el instrumento clave para estrechar el vínculo entre Matemática y Biología.

Presente y futuro

Pensamos que la Matemática puede aportar mucho a la Biología, y a su vez beneficiarse considerablemente de su contacto con esta. No en vano, el desarrollo de grandes áreas matemáticas del siglo XX se debe al estímulo de comprender fenómenos biológicos. Las matemáticas que intervienen son muy variadas y van más allá del paradigma de las ecuaciones diferenciales. La manera de anudarse una molécula de ADN, estudiada desde la rama topológica de la Teoría de Nudos, provoca decisivos efectos sobre las tareas que desempeña en la célula. Las matrices surgen en los lugares más variados, como la genética, la evolución de las especies o el análisis de las redes neuronales. La abstracta Teoría de Grupos aparece en la comprensión de algo tan terrenal como son las diferentes formas de caminar de los animales. Encontramos la Matemática más actual al observar que plantas, pulmones y vasos sanguíneos son estructuras fractales. Pero también nos tropezamos con la arcaica Geometría Euclídea cuando advertimos que la mayoría de los virus tienen forma de icosaedro o de icosaedro truncado⁵.

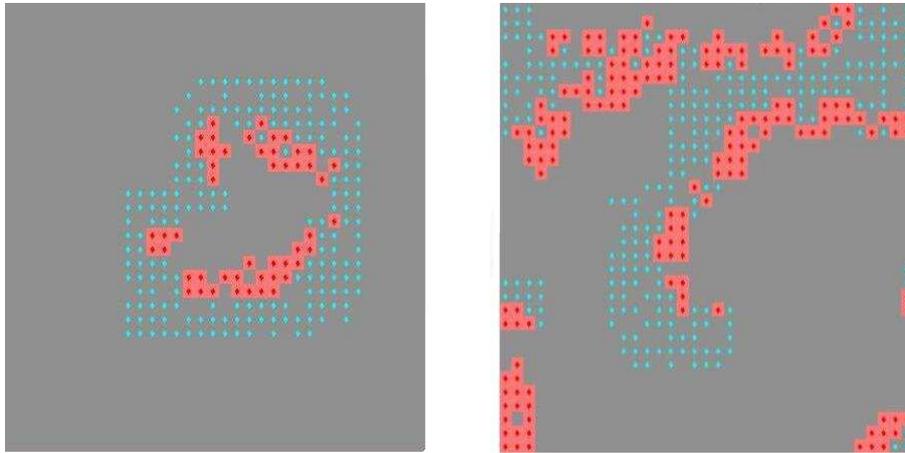
En las últimas tres décadas el avance de la computación y el hallazgo de nuevos métodos de cálculo han motivado que los biomatemáticos sean mucho más optimistas y ambiciosos. Bajo el nombre genérico de *sistemas complejos* se agrupan los problemas más enrevesados de la Biología Matemática actual, caracterizados por constituirse de un número muy elevado de componentes individuales que interaccionan entre sí, de forma que el conocimiento de las partes no basta para deducir las reglas de comportamiento del sistema global. El funcionamiento integral del cerebro, las colonias de hormigas, los ecosistemas en desequilibrio, la predicción del clima a largo plazo, el problema de la contaminación en las ciudades... todos son sistemas complejos que con los medios de 1980 serían inabordables.

La dificultad de algunos de estos sistemas ha provocado que se sustituyan los métodos tradicionales de modelización por otros más innovadores. El más interesante de todos ellos, por su originalidad y eficacia, es el de los *autómatas celulares*⁶. Su enfoque es radicalmente diferente al de las ecuaciones diferenciales. Un autómata celular es una simulación gráfica por ordenador de la evolución temporal de un cierto ecosistema. Por ejemplo, la relación entre tiburones y peces en un mar. Representemos en la pantalla a los individuos de ambas especies con puntos de diferente color; establezcamos unas reglas de convivencia (cuando un tiburón se come a un pez, longevidades, desplazamientos, reproducción...) e implementemos todo ello computacionalmente. Pulsemos el botón de *play* y observemos lo que va pasando en nuestro mar virtual. Veremos como cada pez y cada tiburón se desplaza, se alimenta, muere... Dependiendo de las condiciones de partida podríamos observar como se extinguen los peces por

⁵ Efectivamente, un virus es como un balón de fútbol.

⁶ No está necesariamente relacionado con la idea de célula, se aplica a situaciones muy diversas.

exceso de depredadores, como desaparecen los tiburones o quizá cómo se llega a un comportamiento cíclico de estabilidad entre ambas especies. Perdemos la precisión cuantitativa que dan las ecuaciones, pero ganamos algo valiosísimo: una mejor comprensión global de la evolución del fenómeno analizado.



Depredadores (rojo) y presas (azul) en una sencilla simulación con A.C. Estado inicial y tras 25 generaciones.

En fin, se ha dicho que *la vida es información*⁷. ¿Seremos capaces de codificar matemáticamente esa información? Y si es así, ¿hasta qué nivel de detalle?⁸ Como ocurre con cualquier ciencia nueva, nuestra comprensión matemática de la Biología es fragmentaria y abierta a la controversia. Sin embargo, la medida en que la Biomatemática está ampliando su impacto científico nos hace sospechar que un entendimiento completo de la vida necesita de las ciencias exactas. Es improbable que la Matemática domine alguna vez el pensamiento biológico tal y como ocurre en la Física, pero creemos que el siglo XXI será testigo de la explosión de un nuevo tipo de Matemáticas que iluminará en gran medida muchas de las grandes incógnitas de la naturaleza.

⁷ La autoría conjunta de esta idea se atribuye a J. Von Neumann y a A. Turing.

⁸ C. H. Waddington ha planteado un (excesivamente) ambicioso proyecto: el establecimiento de un cuerpo de *axiomas de la Naturaleza* del que se pudiesen deducir teoremas biológicos al modo matemático.

Bibliografía y fuentes de información

HERRERO GARCÍA, M.A. (2006): “Matemáticas y biología: un comentario de textos”. *Encuentros multidisciplinares* 23, pp. 37-45

LAHOZ-BELTRA, R. (2011): *Las matemáticas de la vida*. RBA Coleccionables.

PACHECO CASTELAO, J.M. (2000): “¿Qué es la biología matemática?”. *Números* 43-44, pp. 173-178

STEWART, I. (1999): *El segundo secreto de la vida*. Crítica.

STEWART, I. (2011): *Las matemáticas de la vida*. Crítica.