

## DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

1.- La fuerza que actúa sobre un cuerpo de 10 kg de masa es  $\mathbf{F} = \mathbf{u}_x (10 + 2t)$  N, donde t está en segundos. a) Determinar la variación de la cantidad de movimiento y de la velocidad del cuerpo después de 4 segundos, así como el impulso recibido. b) ¿Durante cuánto tiempo deberá actuar la fuerza sobre el cuerpo para que el impulso sea de 200 N s? c) Responder a ambas preguntas para un cuerpo que está inicialmente en reposo y para otro con velocidad inicial de  $-\mathbf{u}_y$  6 m/s.

**Sol: (a)  $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{u}_x$  56 m kg/s,  $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{u}_x$  5.6 m/s (b)  $t = 10$  s**

2.- La posición de un punto material de 4 kg de masa, respecto de un sistema de coordenadas dado, viene representada en cierto instante por  $\mathbf{r}_o = (3 \mathbf{i} + \mathbf{j})$  m y su velocidad es  $\mathbf{v}_o = (5 \mathbf{i} - \mathbf{k})$  m/s; se le aplica entonces una fuerza  $\mathbf{f}$  tal que su momento respecto al origen de coordenadas es constante e igual a  $(5 \mathbf{i} + 20 \mathbf{k})$  N m. Calcular el momento angular de dicho punto, al cabo de 2 segundos.

**Sol:  $\mathbf{L} = (6 \mathbf{i} + 12 \mathbf{j} + 20 \mathbf{k})$  kg m<sup>2</sup>/s**

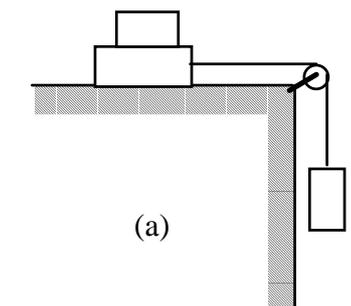
3.- Un anillo de masa  $m = 100$  g puede deslizarse sin rozamiento a lo largo de un alambre horizontal. Se cuelga de ese anillo, por un hilo de longitud  $l = 50$  cm, un cuerpo de masa  $m' = 300$  g. Sujutando el anillo se gira  $m'$ , con el hilo tirante, hasta que éste coincida con el alambre, y una vez en esa posición, se sueltan al mismo tiempo el anillo y el cuerpo. ¿Cuáles son sus respectivas velocidades cuando el hilo tiene la posición vertical?

**Sol:  $v = 469.57$  cm/s y  $v' = 156.52$  cm/s**

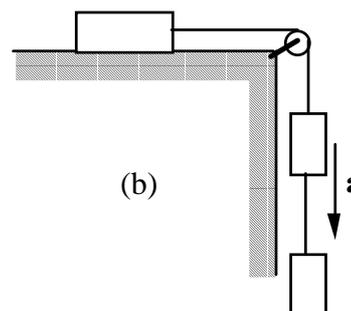
4.- Un vagón de forma paralelepípedica cuya masa en vacío es de 1500 kg se mueve por una vía horizontal sin rozamiento, con una velocidad de 10 km/hora. El vagón está abierto por su cara superior, que tiene una superficie de 2 m<sup>2</sup>. De pronto empieza a llover a razón de 0.1 ml/s cm<sup>2</sup>. Se pide: a) Velocidad del vagón una vez que se haya llenado de agua (la capacidad del vagón es 3.5 m<sup>3</sup>). b) Expresión de la velocidad en función del tiempo a partir del instante en que empieza a llover.

**Sol: (a)  $V = 3$  km/h, (b)  $V = 7500/(750+t)$  km/h**

5.- La figura (a) representa un bloque de 100 g que descansa sobre otro de 900 g, siendo arrastrado el conjunto, con velocidad constante sobre una superficie horizontal, merced a la acción de un cuerpo de 100 g que cuelga suspendido de un hilo, como indica la misma figura.



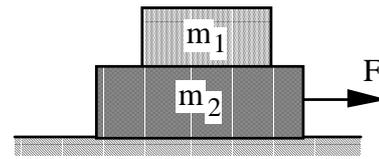
a) Si el primer bloque de 100 g lo separamos del de 900 g y lo unimos al bloque suspendido (figura (b)), el sistema adquiere una cierta aceleración en el sentido indicado por la flecha. Calcular el valor de esta aceleración.



b) ¿Cuál es la tensión de las dos cuerdas en la figura (b)?

**Sol: (a)  $a = 0.98$  m/s<sup>2</sup>, (b)  $T_1 = 1.764$  N y  $T_2 = 0.882$  N**

6.- Una caja de masa  $m_1$  se encuentra situada sobre otra de masa  $m_2$  que está sobre una superficie lisa horizontal, como indica la figura. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son, respectivamente,  $\mu_e$  y  $\mu_d$ . Si se aplica una fuerza horizontal  $F$  sobre la caja inferior, determinar: 1) el valor máximo de  $F$  para el que la caja superior no desliza sobre la inferior; 2) la aceleración de cada una de estas cajas cuando el valor de  $F$  es mayor que el calculado en el apartado anterior.



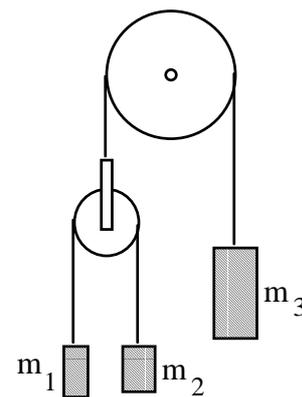
**Sol:** (1)  $F_{\text{máx}} = (m_1 + m_2) \mu_e g$ , (2)  $a_1 = \mu_d g$  y  $a_2 = F - \mu_d m_1 g / m_2$

7.- Una persona de 70 kg de masa se encuentra en la cabina de un ascensor. Los periodos de partida y llegada son movimientos uniformemente acelerados que duran 2.5 s. El movimiento uniforme realizado entre estas paradas corresponde a una velocidad de 4.9 m/s. Calcular: 1) Valor de la aceleración del ascensor durante las diferentes fases de partida y parada. 2) Duración del trayecto para una diferencia de altura, recorrido entre dos paradas, de 20 m. 3) El peso aparente de la persona durante las fases de partida y parada del ascensor en los dos sentidos. Tómese  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

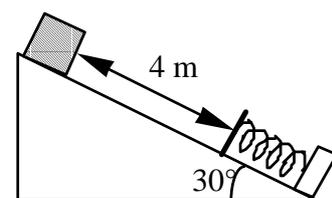
**Sol:** (1)  $a = 1.96$  y  $-1.96 \text{ m/s}^2$ ; (2)  $t = 6.58 \text{ s}$ ; (3)  $823.2$  y  $548.8 \text{ N}$

8.- Despreciando el rozamiento y las masas de las poleas y de las cuerdas, determinar la masa  $m_2$  en el sistema de la figura para que la aceleración de la masa  $m_3$  sea  $0.45 \text{ m/s}^2$  hacia abajo. Los valores de las otras masas son:  $m_1 = 200 \text{ g}$ ,  $m_3 = 300 \text{ g}$ .

**Sol:**  $m_2 = 104 \text{ g}$



9.- Una masa de 2 kg se deja libre sobre un plano inclinado a una distancia de 4 m de un muelle de constante  $K = 100 \text{ N/m}$ , como indica la figura. El extremo inferior del muelle está fijo al plano que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. a) Si el plano inclinado es liso, hallar la compresión máxima del muelle, admitiendo que carece de masa. b) Si el plano inclinado no es liso, hallar la compresión máxima si el coeficiente de rozamiento es 0.2. c) En este último caso ¿hasta qué punto subirá la masa por el plano inclinado después de abandonar el muelle?



**Sol:** (a)  $x = 0.989 \text{ m}$ , (b)  $x = 0.783 \text{ m}$ , (c)  $s = 1.54 \text{ m}$

10.- Un cuerpo de 5 kg de masa cuelga de un resorte cuya constante elástica es de  $2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ . Si se permite que el resorte se expanda lentamente, ¿a qué distancia llegará a desplazarse el cuerpo? Se suelta ahora el cuerpo para que caiga libremente, a partir de su longitud natural. Hallar: a) la aceleración inicial y b) la aceleración y la velocidad cuando ha caído 0.010 m, 0.0245 m y 0.030 m. Hacer consideraciones energéticas siempre que sea posible.

**Sol:** (a)  $a = -9.8 \text{ m/s}^2$ , (b)  $a_1 = -5.8$ ,  $a_2 = 0$ ,  $a_3 = 2.2 \text{ m/s}^2$ ;  $v_1 = 0.395$ ,  $v_2 = 0.490$  y  $v_3 = 0.477 \text{ m/s}$

11.- Un globo aerostático cae con aceleración  $a$ . Si es  $M$  la masa del globo más lastre, ¿qué masa de lastre debe arrojarse para cambiar de signo la aceleración ( $a \neq -a$ )? ¿Cuál es la máxima aceleración que puede invertirse de esta forma si la masa de lastre no puede exceder  $6/10$  de la masa total? ¿A qué altura del suelo debe arrojarse el lastre para evitar la colisión suponiendo que en ese instante su velocidad es  $v_0$ ?

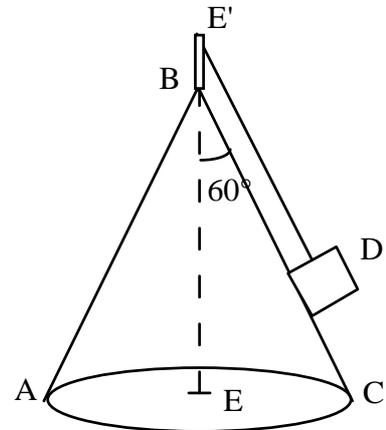
**Sol:**  $m = 2Ma/g+a$ ,  $a = 3/7 g$ ,  $h = 7v_0^2/6g$

12.- Sea una masa puntual  $m$  ensartada en un alambre circular de radio  $R$ . Se comunica a la masa una velocidad inicial  $v_0$ . Sabemos que el coeficiente de rozamiento cinético es  $\mu_C$ . Determinar la velocidad de  $m$  en cualquier instante  $t$  posterior. Suponer que la fuerza de la gravedad no actúa.

**Sol:**  $v = \frac{v_0 R}{R - \mu_C v_0 t}$

13.- Un cuerpo  $D$  de  $5.5 \text{ kg}$  de masa se encuentra sobre una superficie cónica lisa  $ABC$  y está girando alrededor del eje  $EE'$  con una velocidad angular de  $10 \text{ rpm}$  y a una distancia de  $4.5 \text{ m}$  del punto  $E'$ . Calcular: a) La velocidad lineal del cuerpo. b) La reacción de la superficie sobre el cuerpo. c) La tensión en el hilo. d) La velocidad angular necesaria para reducir la reacción del plano a cero.

**Sol:** (a)  $v=4.09 \text{ m/s}$ , (b)  $N=34.88 \text{ N}$ , (c)  $T=47.38 \text{ N}$ , (d)  $\omega = 2.08 \text{ rad/s}$



14.- Un cuerpo de  $2 \text{ kg}$  unido a una cuerda describe una circunferencia vertical de  $3 \text{ m}$  de radio. Hallar: a) La mínima velocidad que debe tener el cuerpo en la posición más alta para que la cuerda permanezca tirante. b) La tensión  $T$  de la cuerda cuando el cuerpo está en la posición inferior de la circunferencia moviéndose a la velocidad calculada en el apartado anterior.

**Sol:** (a)  $v = 5.42 \text{ m/s}$ , (b)  $T = 39.2 \text{ N}$

15.- Para despegar, dos planeadores se arrastran uno tras el otro mediante un avión de transporte. La masa de cada planeador es  $m_p$  y la fuerza con que se oponen al arrastre es  $F_R$ . Los cables empleados para unir los tres aviones no deben someterse a tensiones superiores a  $T_{\text{máx}}$ . ¿Cuál es la longitud mínima de pista requerida, si es  $V_d$  la velocidad de despegue?

**Sol:**  $L = m_p V_d^2 / T_{\text{máx}} - 2F_R$

16.- Una bola, de masa  $0.1 \text{ kg}$ , se suelta desde una altura de  $2 \text{ m}$  y, después de chocar con el suelo, rebota hasta  $1.8 \text{ m}$  de altura. Determinar la cantidad de movimiento al llegar al suelo y el impulso recibido al chocar con el mismo.

**Sol:**  $p = -0.626 \text{ kg m/s}$ ,  $I = 1.220 \text{ kg m/s}$

17.- Un cuerpo de  $4 \text{ kg}$  de masa se mueve hacia arriba en un plano inclinado  $20^\circ$  con respecto a la horizontal. Sobre el cuerpo actúan las siguientes fuerzas: una fuerza paralela al plano de  $100 \text{ N}$ , una fuerza horizontal de  $80 \text{ N}$ , favoreciendo al movimiento, y una fuerza constante de fricción de  $10 \text{ N}$  que se opone al movimiento. El cuerpo se traslada  $20 \text{ m}$  a lo largo del plano. Calcular el trabajo total efectuado por el sistema de fuerzas actuantes sobre el cuerpo, así como el trabajo de cada fuerza.

**Sol:**  $W_{100} = 2000 \text{ J}$ ,  $W_{80} = 1503.5 \text{ J}$ ,  $W_{10} = -200 \text{ J}$ ,  $W_{\text{Peso}} = -268.14 \text{ J}$ ,  $W_{\text{Total}} = 3035.36 \text{ J}$

18.- Colgamos una partícula de un hilo inextensible y sin peso apreciable de 2 m de largo. Apartamos la partícula  $90^\circ$  de la posición de equilibrio de forma que quede el hilo en posición horizontal; soltamos la partícula y al pasar por la posición vertical encuentra un clavo  $O'$  colocado en el punto medio de la longitud del hilo. Determinar las coordenadas del punto en que la partícula dejará de tener trayectoria circular alrededor de  $O'$  y determinar la ecuación de su nueva trayectoria. (No se consideran rozamientos).

**Sol:**  $x = \sqrt{5}/3 \text{ m}$ ,  $y = 2/3 \text{ m}$ ,  $y = 1.118x - 1.687x^2$

19.- Desde el punto más alto de una esfera de radio  $R$  se desliza libremente sin rozamientos ni velocidad inicial, un cuerpo de masa  $m$ . 1) Determinar el punto en que abandona la superficie esférica. 2) Calcular la energía cinética con que llegará al suelo. (Suponer que la esfera está en reposo sobre un suelo horizontal).

**Sol:** (1)  $\alpha = 48^\circ 11' 23''$ , (2)  $E = mg2R$

20.- Una bola que pesa 0.1 kg cae verticalmente desde cierta altura, choca con un plano inclinado y rebota elásticamente en él sin perder velocidad. El ángulo de inclinación del plano con respecto al horizonte es igual a  $30^\circ$ . El impulso comunicado al plano durante el choque es 1.73 N s. ¿Cuánto tiempo transcurre desde el momento del choque con el plano hasta que la bola se encuentra en el punto más alto de su trayectoria?.

**Sol:**  $t = 0.51 \text{ s}$

21.- Un astronauta se mantiene con su módulo lunar (masa combinada  $M = 450 \text{ kg}$ ) a una altura  $h_0 = 100 \text{ m}$  sobre la superficie de la Luna gracias al empuje del motor. En un momento determinado se da cuenta de que solo le queda combustible para 5 s. Para no chocar contra la superficie a gran velocidad decide lo siguiente: dejarse caer  $h_1 = 40 \text{ m}$ , encender el motor durante  $t = 5 \text{ s}$  y caer el resto del trayecto. ¿Con qué velocidad llegará a la superficie?, ¿qué trabajo ha realizado el motor? ( $g_{\text{Luna}} = 1.62 \text{ m/s}^2$ ).

**Sol:**  $v_f = 11.8 \text{ m/s}$ ,  $W = 41480 \text{ J}$

22.- Un objeto de masa  $m$  está sobre una superficie lisa semicircular de 5 m de radio como indica la figura. Debido al viento, el objeto está sometido a una fuerza horizontal constante,  $F$ . Obtener las coordenadas de la posición en la que el objeto está en equilibrio. Datos:  $m=50 \text{ g}$ ;  $F=2 \text{ N}$ .

**Sol:**  $x = 0.144 \text{ m}$ ;  $y = 3.810 \text{ m}$

