CINEMÁTICA

1.- El vector velocidad del movimiento de una partícula viene dado por **v** = (3t - 2) **i** + (6 t^2 - 5) **j** + (4 t - 1) **k** y el vector de posición en el instante inicial es: $\mathbf{r}_0$ = 3 **i** - 2 **j** + **k**. Calcular: El vector posición en cualquier instante, el vector aceleración y las aceleraciones tangencial y normal en t = 1 segundo.

Sol: r=(3/2 t^2-2t+3)i+(2t^3-5t-2)j+(2t^2-t+1)k;a=3i+12tj+4k;a_t=27/$\sqrt{11}$; a_n=$\sqrt{1130/11}$

2.- Desde un punto O situado al pie de una rampa plana, que forma un ángulo de θ = 60° con la horizontal, se lanza una piedra con velocidad inicial v_o. Calcular el ángulo α que la velocidad inicial debe formar con la horizontal, con el fin de que sea máximo su alcance sobre la rampa.

Sol: 75°

3.- Un automotor parte del reposo, en una vía circular de 400 m de radio, y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado, hasta que a los 50 s de iniciada la marcha, alcanza la velocidad de 72 km/h, desde cuyo momento conserva tal velocidad. Hallar: a) La aceleración tangencial en la primera etapa del movimiento. b) La aceleración normal, la aceleración total y la longitud de la vía recorrida en ese tiempo, en el momento de cumplirse los 50 s.. c) La velocidad angular media en la primera etapa y la velocidad angular al cabo de los 50 s. d) Tiempo que tardará el automotor en dar 100 vueltas al circuito.

Sol: (a) a_t=0.4m/s^2; (b) a_n=1m/s^2; a=1.08m/s^2; s=500 m; (c) ω_m=0.025 rad/s; ω=0.050 rad/s; (d)t=12585 s

4.- Una partícula se mueve en el plano XY con vector aceleración **a** constante. En el instante inicial, t = 0, la partícula se halla en la posición inicial $\mathbf{r}_o$=4 **i** + 3 **j** m, y con un vector velocidad inicial $\mathbf{v}_o$. En el instante posterior, t = 2 s, la partícula se ha desplazado a la posición $\mathbf{r}_1$ = 10 **i** - 2 **j** m, y su vector velocidad es $\mathbf{v}_1$ = 5 **i** - 6 **j** m/s. Calcula: a) el vector aceleración **a** de la partícula; b) el vector velocidad inicial $\mathbf{v}_o$; c) el vector velocidad en cualquier instante **v**(t): d) el vector posición en cualquier instante **r**(t).

Sol: (a) a=2 i - 3.5 j m/s^2; (b) v_o=i + j m/s; (c) v(t)=(1 + 2t) i + (1 - 3.5t) j m/s; (d) r(t)= (4 + t + t^2) i + (3 + t - 3.5/2 t^2) j m

5.- En un punto del hemisferio Norte de latitud 60°, se dispara un proyectil en dirección Sur-Norte. La velocidad inicial del proyectil forma un ángulo de 30° con el horizonte y su valor es de 400 m/s. Determinar el valor de la aceleración de Coriolis que actúa sobre el proyectil.

Sol:a=0.0291 m/s^2 (hacia el Este)

6.- La aceleración de una partícula P tiene de componentes cartesianas (18 t, -4, 12 t^2) siendo t el tiempo. ¿Cuál es la velocidad **v** (t) y la posición **r** (t) de P si la partícula pasa por el origen con velocidad de componentes (80, -12, 108), cuando t = 3 s?

Sol: v = (9t^2-1) i -4t j + 4t^3k;   r = (3t^3-t-78) i - (2t^2+18) j + (t^4-81) k

7.- Encontrar el radio de curvatura en el punto más alto de la trayectoria de un proyectil disparado con velocidad v_0 formando un ángulo inicial α con la horizontal.

Sol: ρ = **$v_o^2 \cos^2\alpha/g$**

8.- Si un objeto que cae libremente partiendo del reposo, recorre la mitad del camino total en el último segundo de su caída, ¿cuál es la altura desde la que ha caído?

Sol: h = 57.12 m

9.- Se lanza un cuerpo hacia arriba en dirección vertical con una velocidad de 98 m s^{-1} desde el techo de un edificio de 100 m de altura. Calcular: a) la máxima altura que alcanza sobre el suelo, b) el tiempo necesario para alcanzarla, c) la velocidad al llegar al suelo, y d) el tiempo total transcurrido hasta llegar al suelo.

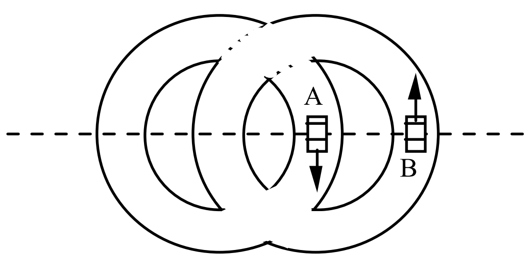
Sol: (a) H=590 m;(b) t_1=10 s;(c) v=-107.41 m/s;(d) t^2=20.96 s

10.- Un cazador apunta a una ardilla que se encuentra en la rama de un árbol. En el momento en que él dispara la ardilla se deja caer de la rama. Demostrar que la ardilla no debió moverse si deseaba seguir viviendo.

11.- En una carrera de atletismo se corre la prueba de 100 metros lisos. El ganador recorre la distancia en 10 s pero, justamente al cruzar la línea de meta es alcanzado por el proyectil disparado al dar la salida. ¿Con qué ángulo y a qué velocidad se efectuó el disparo?

Sol: α =78.47°; v_o = 50.06 m/s

12.- Los dos circuitos de la figura son circulares de 50 m de radio. El coche B circula por el de la derecha con una velocidad de módulo constante v_B = 72 km/h. Cuando este coche está en el punto que indica la figura, el coche A, que circula por el circuito de la izquierda, parte del reposo desde el punto indicado con una aceleración tangencial de 2 m/s^2. Calcular la aceleración del coche A relativa al coche B cuando éste (el B) haya recorrido un arco correspondiente a $\pi/2$ rad.



Sol: a_{AB} = (- 1.782 i + 6.468 j) m/s^2

13.- Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30º con la horizontal, y al llegar al extremo lleva una velocidad de 10 m/s. La altura del edificio es de 60 m y la anchura de la calle es de 30 m. Se pide: 1) ecuación de la trayectoria, 2) si llegará directamente al suelo o chocará antes con la pared opuesta, 3) tiempo que tarda en chocar, 4) velocidad en el instante del choque.

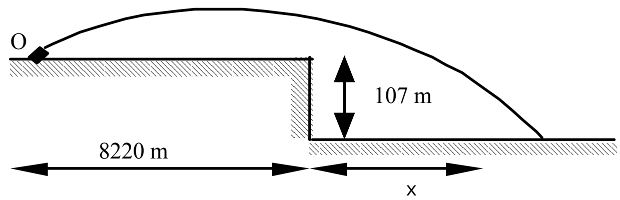
Sol: (1)y=5774x+0.0653x^2;(2)llegará al suelo;(3)t=3.02s;(4)v_x=8.66m/s;v_y=34.596 m/s

14.- Se lanza verticalmente hacia arriba desde un plano horizontal una pelota con una velocidad inicial de 9.8 m/s. El viento produce sobre la pelota una aceleración horizontal de 2 m/s^2 constante. Calcular: 1) la distancia del punto de lanzamiento al punto de impacto sobre la horizontal, 2) las coordenadas del punto más alto de la trayectoria, 3) la velocidad de la pelota en ese punto, 4) la velocidad de la pelota en el punto de impacto, 5) el ángulo que forma el vector velocidad con la horizontal en el punto de impacto. (g = 9.8 m/s^2).

Sol: (1) X = 4m; (2) x = 1 m; y = 4.9 m;(3) v_x = 2 m/s; (4) v_x = 4 m/s; v_y = -9.8 m/s; (5) α = -67°48'

15.- La figura representa el perfil de un terreno y el punto O donde está instalado un cañón que dispara proyectiles con una velocidad de 304.8 m/s. Calcular la magnitud x del segmento que está libre de bombardeo.

Sol: x = 50.75 m



16.- Un volante gira en torno a su eje a razón de 3000 rpm. Un freno lo para en 20 s. Calcular la aceleración angular supuesta constante, y el número de vueltas dadas hasta que el volante se detiene. Supuesto que el volante tiene 2 dm de diámetro, calcular las aceleraciones tangencial y centrípeta de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas y la aceleración resultante en tal punto.

Sol: $a_t = -0.5\,\pi$ **m/s²;** $a_n = 797.5\,\pi^2$ **m/s²;** $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

17.- Dos aviones están situados en la misma vertical. La altura sobre el suelo de uno de ellos es 4 veces mayor que la del otro. Si van a bombardear el mismo objetivo y la velocidad del más bajo es v, ¿cuál debe ser la velocidad, v', del más alto? Sol:

$v' = v/2$

18.- Una partícula con una velocidad de 500 m/s con respecto a la Tierra se dirige hacia el Sur a 45º de latitud Norte. a) Calcular la aceleración centrífuga de la partícula. b) Calcular la aceleración de Coriolis de la partícula. c) Repetir el problema para un punto situado a 45º de latitud Sur.

Sol: (a) $a_c = 2.39\ 10^{-2}\ m/s^2$; **(b)** $|a_{Cor}| = 5.15\ 10^{-2}\ m/s^2$ **(hacia el oeste);**

(c) $|a_{Cor}| = 5.15\ 10^{-2}\ m/s^2$ **(hacia el este)**

19.- Un vehículo se pone en movimiento con aceleración constante y cuando ha recorrido 150 m lleva una velocidad de 108 km/h. Si suponemos que sus neumáticos ruedan sin deslizar, ¿cuál es la aceleración del punto más alto del neumático cuando el vehículo haya alcanzado dicha velocidad? Diámetro de las ruedas d= 60 cm.

Sol: 3000.006 m/s².

20.- Dos móviles parten del mismo punto de una circunferencia y tienen la misma velocidad inicial, v_o, aunque salen en sentidos opuestos. Uno de los movimientos es acelerado y el otro retardado, pero el módulo de sus respectivas aceleraciones es el mismo.

a) Calcular el valor de a_t sabiendo que el móvil dotado de movimiento retardado, en el instante del encuentro lleva velocidad nula.

b) Hallar la aceleración total de cada uno de los móviles en el momento del encuentro.

Sol: a) $a_t = v_o^2/\pi R$; **b)** $a_1 = v_o^2/R\sqrt{(1/\pi^2) + 16}$, $a_2 = v_o^2/\pi R$

21.- Un cañón dispara un proyectil con una velocidad v_1 y un ángulo de tiro α, este proyectil alcanza en 10 s un objetivo situado en el mismo plano horizontal. Si desde el mismo punto, con otro cañón, se dispara un nuevo proyectil con una velocidad v_2 y un ángulo 2 α y se alcanza el mismo objetivo en 15 s, calcular:

a) El primer ángulo de tiro

b) La distancia entre el punto de lanzamiento y el objetivo

Sol: a) 18.43°; b) 1470 m

22.- Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 10 m s^{-1}. El viento produce sobre la pelota una aceleración horizontal constante que es igual a la quinta parte de la debida al peso de ésta. Calcular:

a) Distancia L entre el punto de lanzamiento y el punto de impacto con el suelo

b) Velocidad de la pelota en el punto más alto de la trayectoria

c) Altura máxima que alcanzará la pelota

d) Radio de curvatura en el punto más alto de la trayectoria

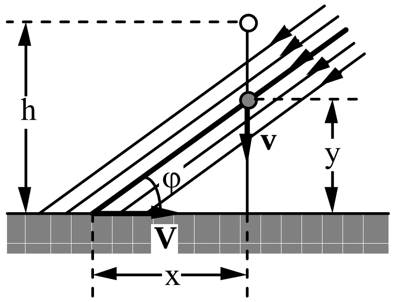
e) Componentes de la velocidad de la pelota en el momento del impacto.

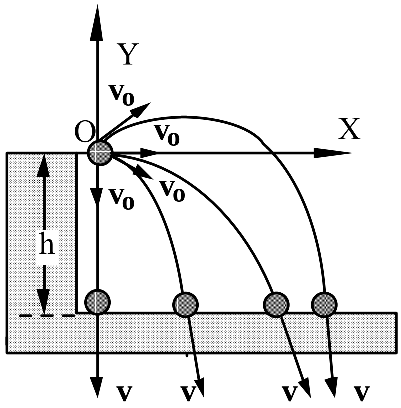
Sol: a) L = 4.08 m;

b) $v_H = 2$ **m/s; c) H = 5.1 m; d)** $\rho = 0.408$ **m; e)** $v_x = 4$ **m/s,** $v_y = -10$ **m/s**

23.- A una cierta hora del día los rayos solares inciden sobre un lugar con un ángulo φ con la horizontal. Se deja caer libremente un cuerpo desde una altura h sobre un terreno horizontal. Calcular la velocidad de la sombra cuando el cuerpo se encuentra a una altura y del suelo.

Sol: $\mathbf{v=\sqrt{2g(h-y)}\,/tg\,\varphi}$.





24.- Demostrar por cinemática que cualquiera que sea el ángulo de lanzamiento de un proyectil arrojado desde lo alto de un acantilado de altura h con la misma velocidad inicial, la velocidad de llegada al suelo es siempre la misma.

Sol: $\mathbf{v=\sqrt{v_o^2+2gh}}$

25.- Un hombre en un bote navega corriente arriba por un río y lleva una botella de whisky medio vacía sobre la popa del bote. Mientras el bote pasa bajo un puente, una ola reflejada en los pilares choca contra la embarcación y la botella cae al agua, sin que el tripulante se dé cuenta. Durante 20 minutos el bote continúa aguas arriba, mientras que la botella flota aguas abajo. Al cabo de los 20 minutos el hombre ve que la botella ha desaparecido, vuelve el bote (prescindamos del tiempo empleado en la maniobra) y se mueve aguas abajo con la misma velocidad que antes respecto al agua. Coge la botella un kilómetro más abajo del puente. ¿Cuál es la velocidad de la corriente del río?

Sol: 1.5 km/h

26.- Un tiovivo de radio R inicia su movimiento con una aceleración angular constante α. Después de un cierto intervalo de tiempo, una persona montada en el tiovivo deja caer una pelota en la periferia del tiovivo y desde una altura h = R/2 con respecto al suelo exterior. La pelota cae en el suelo exterior en un punto A. Sabiendo que la distancia entre dicho punto A y el eje central del tiovivo es $D = \frac{R}{\alpha}\sqrt{\alpha^2+\frac{g^2}{R^2}}$, calcular el ángulo θ recorrido por el tiovivo desde que inicia su movimiento hasta que la persona suelta la pelota. Dar el resultado en función de α, R y g.

Sol: $\mathbf{\theta=g^3/(2\alpha^3R^3)}$

27.- Un móvil de masa m = 0.5 kg se mueve en el plano XY y se encuentra, en cada instante, en un punto (x, y) tal que x = 3 + 2 cos t, y = 5 + 2 sen t, en unidades del S.I. Determinar: a) la trayectoria seguida por el móvil, b) la velocidad y aceleración en cada instante, c) ¿de qué movimiento se trata?

Sol: a) $\mathbf{y=5+2\sqrt{1-(x-3)^2/4}\ \Rightarrow (x-3)^2+(y-5)^2=4}$**; b)** $\mathbf{v_x=-2sen\ t,\ v_y=2cos\ t,}$

$\mathbf{a_x=-2cos\ t,\ a_y=-2sen\ t}$**; c) circular centrado en (3,5)**

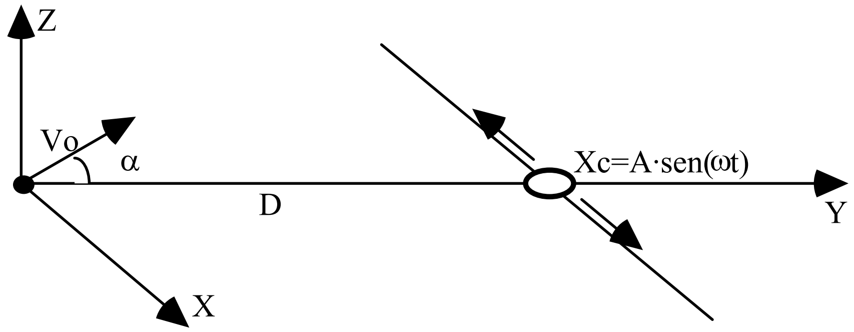
28.- Un cañón dispara una bala con una velocidad de 200 m s^{-1} formando un ángulo de 40° con el terreno. Calcular la posición y la velocidad de la bala después de 20 s. Encontrar también el alcance y el tiempo necesario para que la bala retorne a tierra.

Sol: x = 3064 m; y = 612 m; v_x = 153.2 m/s; v_y = -67.4 m/s; X = 4020 m; t = 26.24 s

29.- Desde lo alto de una torre de altura H sobre el suelo, se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad inicial $\mathbf{v_o} = v_o\,\mathbf{i}$. a) Calcular la expresión del radio de curvatura de la trayectoria como función del tiempo, R(t). Dar el resultado en función de g y v_o. b) Si $v_o = \sqrt{gH}$, calcular el radio de curvatura de la trayectoria en el instante en que la piedra llega al suelo. Dar el resultado en función de H.

Sol: (a) $R(t)=\dfrac{v^2}{a_N} = \dfrac{(v_o^2+g^2t^2)^{3/2}}{v_o g}$ **; (b)** $R(t_s)=\sqrt{27\,H} = 5.2\,H$

30.- Determinar el vector velocidad inicial v_o de un balón para que entre perfectamente en la canasta de la figura. Se supone que el balón se mueve en el plano YZ y que la canasta se desplaza perpendicularmente a dicho plano con un movimiento armónico simple (M.A.S.), $X_c = A\,\mathrm{sen}(\omega t)$, según se indica en la figura. Suponer A y ω conocidos. También se conoce D, distancia inicial entre el balón y la canasta.



Sol: $v_y = D\,(\omega/n\pi)$, $v_z = (1/2)\,g\,(n\pi/\omega)$