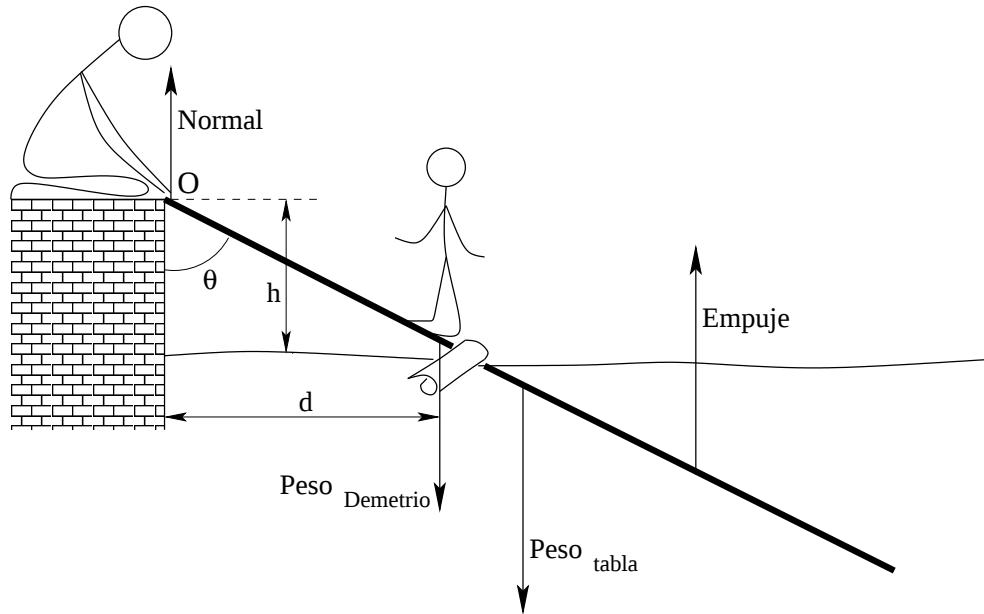


SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS EN EL DISTRITO UNIVERSITARIO DE LA RIOJA PARA LA FASE LOCAL DE LA XI OLIMPIADA ESPAÑOLA DE FÍSICA

1 Problema 1

Llamemos L a la longitud del tablón ($L=5$ m). Para recoger el papiro del agua, Demetrio tiene que estar sobre la vertical del rollo de papiro. La mayor masa posible de Demetrio



será aquella para la que, estando él sobre la vertical del papiro, sus pies rozan el agua: en esta condición límite, una longitud $\sqrt{h^2 + d^2}$ del tablón está fuera del agua mientras que $L - \sqrt{h^2 + d^2}$ del tablón está sumergido; para estas mismas condiciones, el seno del ángulo θ que forma el muelle del puerto con el tablón es igual a $\sin \theta = \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}}$.

Cuando Demetrio está **quieto** en esta condición límite, las únicas fuerzas que actuúan sobre el sistema tablón+Demetrio son (ver figura):

- El peso de Demetrio $m_{\text{Demetrio}}g$, aplicado a una distancia d en perpendicular desde el muelle del puerto.
- El peso del tablón $LS\rho_m g$ (donde $S=8 \text{ cm} \times 65 \text{ cm}$ es la sección del tablón) aplicado a una distancia $\frac{L}{2} \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}}$ en perpendicular desde el muelle.
- El empuje hacia arriba de la parte del tablón sumergida $\left(L - \sqrt{h^2 + d^2}\right) S\rho_0 g$, que está aplicado en el centro de la parte sumergida, parte que está localizada a una distancia en perpendicular desde el muelle igual a $\frac{L + \sqrt{h^2 + d^2}}{2} \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}}$.
- La normal hacia arriba aplicada en el punto O que equilibra junto con el empuje los pesos del tablón y de Demetrio.

En la condición de equilibrio no sólo se debe cumplir que la suma de fuerzas sea cero, sino que la suma de momentos con respecto a cualquier punto sea cero. La suma de los anteriores momentos medidos desde el punto O e igualada a cero da la siguiente ecuación para la condición límite:

$$dm_{\text{Demetrio}}g + \frac{L}{2} \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}} LS\rho_m g - \frac{L + \sqrt{h^2 + d^2}}{2} \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}} \left(L - \sqrt{h^2 + d^2}\right) S\rho_0 g = 0, \quad (1)$$

en donde todo es conocido salvo la masa de Demetrio. Substituyendo los datos del problema,

$$\frac{L}{2} \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}} L = 5\sqrt{5} \text{ m}^2, \quad \frac{L + \sqrt{h^2 + d^2}}{2} \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}} \left(L - \sqrt{h^2 + d^2}\right) = 4\sqrt{5} \text{ m}^2,$$

se obtiene que la masa máxima de Demetrio es:

$$m_{\text{Demetrio}} = \frac{0.052 \text{ m}^2}{2 \text{ m}} \left(4\sqrt{5} \text{ m}^2 \cdot \rho_0 - 5\sqrt{5} \text{ m}^2 \cdot \rho_m\right) = 55.2 \text{ kg}. \quad (2)$$

En el punto en el que Demetrio se queda quieto, para tener el sistema Demetrio+tablón en equilibrio sólo es necesaria la normal hacia arriba que hace el muelle del puerto; por tanto en ese momento no es necesario sujetar el tablón. Sin embargo, cuando Demetrio se mueve sobre el tablón, la fuerza que impulsa a Demetrio es la fuerza de rozamiento entre el tablón y Demetrio: esta fuerza tiene el sentido del movimiento de Demetrio. La misma fuerza pero en sentido contrario actúa sobre el tablón, y aunque su componente vertical sea equilibrada por la normal, su componente horizontal debe ser equilibrada por Arquímedes sujetando el tablón: tirando hacia sí cuando Demetrio suba o empujando hacia el mar cuando Demetrio baje.

2 Problema 2

Puesto que el diámetro de la nube, que es igual a 10 km, es un orden de magnitud mayor que la separación entre la nube y la superficie terrestre (y la superficie terrestre se puede considerar prácticamente infinita en extensión), se puede aproximar el sistema tierra+nube a un condensador plano de placas paralelas. En tal condensador, el campo electrostático creado por cada una de las placas es igual a (utilizando el teorema de Gauss) $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, donde σ es la densidad superficial de carga; suponemos que el aire entre la nube y la tierra funciona como si fuera el vacío. La tierra crea dicho campo apuntando hacia arriba en el espacio entre la tierra y la nube, y la base de la nube (cargada negativamente) crea este mismo campo y en la misma dirección y sentido para el espacio entre ella y la tierra. Por tanto el campo electrostático que hay entre la tierra y la nube es igual a $E = 2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 10^4$ V/m. Con esto, el valor de la densidad superficial de carga que crea este campo es igual a $\sigma = 8.84 \times 10^{-8}$ C/m². La carga almacenada en la base de la nube, que es una superficie circular de radio $R=5$ km, es igual a

$$Q = \pi R^2 \sigma = 6.94 \text{ C} . \quad (3)$$

Puesto que el campo electrostático es constante (no depende de la altura entre la tierra y la nube), la diferencia de potencial entre la tierra y la base de la nube es igual a

$$V = Eh = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} h ,$$

y la capacidad del condensador formado por la tierra y la nube es

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 \frac{\pi R^2}{h} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{4h} = 1.39 \times 10^{-6} \text{ F} = 1.39 \text{ } \mu\text{F} . \quad (4)$$

Cuando se produce la descarga eléctrica, y suponiendo que la tierra y la nube se vacían completamente de carga eléctrica, toda la energía electrostática almacenada en el condensador se disipa en forma de calor (rayo y trueno). Esta energía se calcula de la siguiente forma: consideremos el condensador tierra+nube a medio cargar conteniendo una carga q : la diferencia de potencial entre sus placas es igual a

$$V = Eh = \left(\frac{\frac{q}{\pi R^2}}{\varepsilon_0} \right) h$$

y el trabajo para incrementar en dq la carga que contiene es igual a

$$dW = Vdq = \frac{h}{\pi R^2 \varepsilon_0} q dq .$$

Por tanto, el trabajo que hace el campo electrostático en cargar el condensador desde una carga $q=0$ hasta una carga final $q=Q$ es igual a

$$W = \int_0^Q \frac{h}{\pi R^2 \varepsilon_0} q dq = \frac{1}{2} \frac{h}{\pi R^2 \varepsilon_0} Q^2 = \frac{Q^2}{2C} . \quad (5)$$

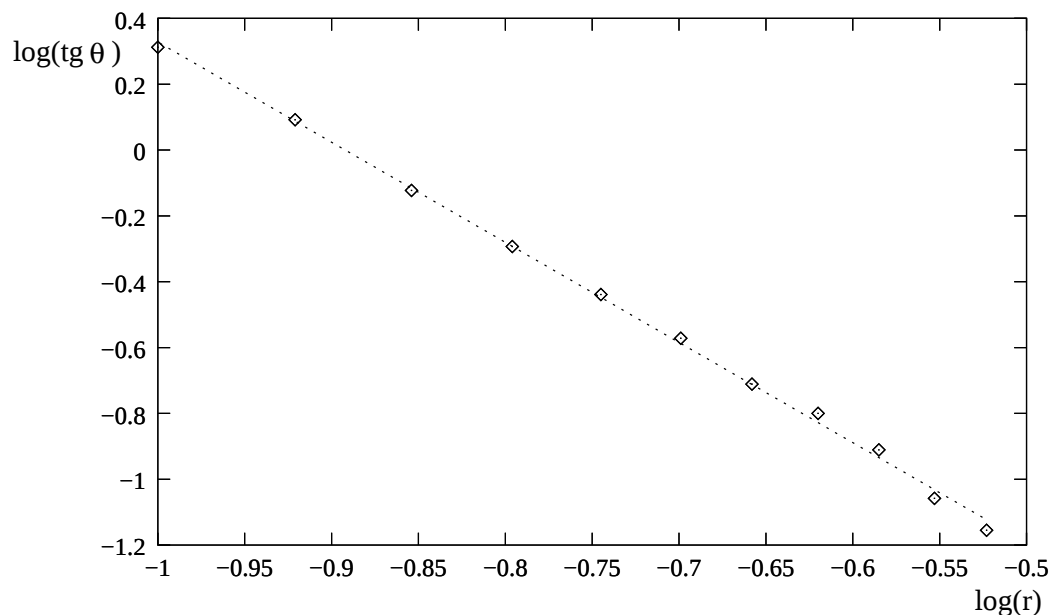
Este trabajo se almacena dentro del condensador en forma de energía electrostática, que es la energía que se disipa al descargarse el condensador. En nuestro caso, esta energía es igual a $W = 1.7 \times 10^7$ J.

3 Problema 3

Los datos que hay que representar son:

$\log(r)$	-1	-0.921	-0.854	-0.796	-0.745	-0.699
$\log(\text{tg } \theta)$	0.312	0.092	-0.123	-0.293	-0.493	-0.572
$\log(r)$	-0.658	-0.620	-0.585	-0.553	-0.523	
$\log(\text{tg } \theta)$	-0.711	-0.800	-0.911	-1.058	-1.155	

cuya representación se puede ver en la siguiente figura. De acuerdo con la hipótesis, la



pendiente de la recta del $\log(\text{tg } \theta)$ frente al $\log(r)$ es el número entero $-n$. Puesto que una vez representados estos puntos vemos que están aproximadamente sobre una recta y además la pendiente debe ser un número entero (con lo que no hace flata gran exactitud a la hora de calcular la pendiente), podemos hallar esta pendiente sencillamente tomando dos parejas cualesquiera de valores, por ejemplo, las dos primeras parejas de valores

$$\frac{\log(\text{tg } \theta_2) - \log(\text{tg } \theta_1)}{\log r_2 - \log r_1} = -2.79 \approx -3, \quad \text{luego } n = -3. \quad (6)$$

Otra forma de hallar la pendiente es de forma gráfica: después de dibujar todos los puntos correspondientes a las medidas, se traza a “ojo” y con una regla la recta que pase lo más próximo posible a todos los puntos. La pendiente de dicha recta se obtiene midiendo el ángulo que forma dicha recta con la horizontal: la pendiente será la tangente trigonométrica de dicho ángulo, si es que se ha utilizado la misma escala en el eje vertical y en el eje horizontal, o bien, la pendiente será dicho número multiplicado por k si es que la separación entre puntos del eje vertical es k -veces más grande que la del eje horizontal.

Como antes, el valor de n será el número entero más próximo al valor absoluto de la pendiente.

Por otra parte sabemos que $\log(K/B_T) = \log(\tan \theta) + n \log(r)$. Tomando el valor de $\log(\tan \theta)$ correspondiente a uno de los valores de $\log(r)$ cualquiera, por ejemplo el valor donde la gráfica anterior corta al eje vertical para $\log(r) = -1$ ($r=0.1$), y puesto que ya tenemos el valor de n , despejamos inmediatamente:

$$\log(K/B_T) = -2.71 \Rightarrow K = 10^{-2.71} \times B_T = 4.7 \times 10^{-8} \text{ T}. \quad (7)$$

Suponiendo que podemos aproximar el imán por un dipolo $\vec{m}$ de dimensiones despreciables y ya que para este experimento el vector $\vec{r}$ y el vector $\vec{m}$ son paralelos, entonces tenemos $\vec{m} \cdot \vec{r} = mr$ y así:

$$\vec{B}_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{r^4} \vec{r}.$$

El módulo del campo magnético creado por el imán es por tanto igual a $B_m = \frac{2\mu_0 m}{4\pi} \frac{1}{r^3}$ y comparando este resultado con la hipótesis del comienzo $B_m = \frac{K}{r^n}$ vemos que n es 3, como ya hemos obtenido. Como $K = \frac{2\mu_0 m}{4\pi}$, el momento dipolar m es igual a

$$m = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{4.7 \times 10^{-8} \text{ T}}{2} = 0.235 \text{ J T}^{-1}. \quad (8)$$

4 Soluciones completas en formato PDF

Descarga de las soluciones aquí: apretando la tecla derecha del ratón sobre el enlace subrayado, elegir “Guardar enlace como” (Netscape) o “Guardar objetivo como” (Explorer).

Para usuarios de Linux, el archivo se puede abrir con el programa GhostView: escribir **gv local00.pdf &** o bien **kghostview local00.pdf &** en una consola de texto.

Para usuarios de Windows, el archivo se abre con el programa Acrobat Reader cliqueando directamente sobre el archivo descargado.