SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS DE ELECTROMAGNETISMO, ONDAS Y ÓPTICA: ÓPTICA 1-43

1 Problemas de reflexión y refracción de luz: 1-15

P.1 La ley de la reflexión nos dice que si α es el ángulo que forma el rayo incidente con la normal (=perpendicular) al espejo, entonces el rayo reflejado forma también un ángulo α con la normal. Por tanto, el ángulo que forma el rayo reflejado con el incidente es de 2α.

Si ahora, sin mover el rayo el incidente, giramos el espejo un ángulo θ (y por tanto, normal al espejo también gira el mismo ángulo), entonces el ángulo de incidencia será de $\alpha + \theta$, y el ángulo de reflexión también será $\alpha + \theta$. El rayo reflejado con respecto al incidente forma un ángulo de $2\alpha + 2\theta$, o lo que es lo mismo, ha aumentado en 2θ con respecto al primer caso.

P.2 Es un resultado teórico que para *incidencia normal* (=en perpendicular) sobre una superficie que separa un medio 1 de un medio 2, la intensidad del rayo reflejado está relacionada con la intensidad del rayo incidente a través de

$$I_{\text{reflejada}} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 I_{\text{incidente}}\,, \tag{1}$$

(ver por ejemplo, el libro **Física**, 3. edición, de P. A. Tipler en la página 982), siendo respectivamente n_1 y n_2 el índice de refracción del medio 1 y del medio 2. Como recordatorio, el índice de refracción de un medio es igual a la velocidad de la luz en el vacío dividida por la velocidad de la luz en el medio.

Para nuestro caso, la fracción de energía (=de intensidad) viene dada por

$$\frac{I_{\text{reflejada}}}{I_{\text{incidente}}} = \left(\frac{1 - n_{\text{agua}}}{1 + n_{\text{agua}}}\right)^2 = 0.02\,, \tag{2}$$

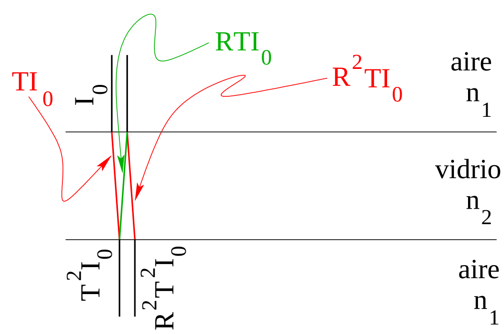
con $n_1 = n_{\text{aire}} \approx 1$ y $n_2 = n_{\text{agua}} = 1.33$. Por tanto, sólo se refleja un 2 por ciento de la intensidad incidente.

P.3 Del resultado teórico (1), la intensidad reflejada y la intensidad transmitida (=refractada) en un cambio de medio con incidencia normal vienen dadas, respectivamente, por el producto de la intensidad incidente I_0 por el factor R de reflexión o por el factor T de transmisión

$$\begin{cases} R = \text{factor de reflexión} \quad = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2, \\ T = \text{factor de transmisión} = 1 - R = \dfrac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}. \end{cases} \tag{3}$$

Notar que estos dos factores no cambian si intercambiamos $n_1 \leftrightarrow n_2$, es decir, no depende de si primero está en el medio 1 y luego pasa al 2 o viceversa.

Para calcular la intensidad transmitida por una placa de vidrio, hay que considerar todas las reflexiones, y sus correspondientes factores de reflexión, que se van a producir en el interior del vidrio. En la figura se han representado las primeras de estas reflexiones; los colores y el que los rayos no sean completamente perpendiculares a las superficies del vidrio son sólo para facilitar la comprensión de la figura. Hay que notar



que si además la luz tiene la suficientemente coherencia, la interferencia entre los rayos transmitidos dentro del vidrio y los rayos reflejados dentro de este medio también influye en la intensidad de la luz que sale al aire. Aproximadamente entonces, la intensidad transmitida al aire es

$$I_{\text{trans}} \approx T^2 I_0 + R^2 T^2 I_0 = I_0 \, T^2 \left(1 + R^2\right) , \tag{4}$$

donde sólo se han considerado los dos rayos transmitidos de la figura. Esto es así ya que $R = \dfrac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$ (n es el índice de refracción del vidrio) es normalmente bastante pequeño: por ejemplo para n=1.5 es igual a R=0.11.

Del resultado (4) se ve que el factor de transmisión de la lámina de vidrio es aproximadamente $T^2(1 + R^2)$, o si despreciamos la pequeña correción R^2, igual a T^2 con $T = \dfrac{4n}{(1+n)^2}$.

P.4 Por la definición de índice de refracción de un medio

$$n = \frac{\text{velocidad de la luz en el vacío}}{\text{velocidad de la luz en el medio}} = \frac{c}{v_{\text{medio}}} , \tag{5}$$

obtenemos que la velocidad de la luz en el agua es $v_{\text{agua}} = 2.26 \times 10^8$ m/s, y en el vidrio $v_{\text{vidrio}} = 2 \times 10^8$ m/s.

P.5 La frecuencia de una onda de luz monocromática no varía al cambiar de medio: es la frecuencia con la que oscila el campo electromagnético que es la luz y es la misma frecuencia con la que la luz hace oscilar las partículas cargadas del medio que atraviesa y es también la misma frecuencia con la que estas partículas excitadas radian ondas electromagnéticas. Puesto que la longitud de onda y la frecuencia están relacionadas con la velocidad de la luz a través de

$$v_{\text{luz en un medio}} = \lambda f \,, \tag{6}$$

y la velocidad de la luz en un medio es igual a la velocidad de la luz en el vacío dividida por el índice de refracción (ver (5)), entonces tendremos que

$$\frac{v_{\text{luz, medio 1}}}{v_{\text{luz, medio 2}}} = \frac{\lambda_{\text{medio 1}}}{\lambda_{\text{medio 2}}} = \frac{n_2}{n_1} \,. \tag{7}$$

En nuestro caso, la longirud de onda en el agua es de

$$\lambda_{\text{en agua}} = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{agua}}} \lambda_{\text{en aire}} = 526\,\text{nm} \,.$$

Los colores que vemos son producto de una reacción química en las células oculares llamadas conos: estas células reaccionan a la energía de los fotones de luz que les llegan. Puesto que la energía de un fotón de luz sólo depende de su frecuencia, y ya que la frecuencia no depende del medio por el que se propague la luz, entonces el buceador dentro del agua sigue viendo el mismo color rojo que si estuviera fuera del agua.

P.7 La ley de la refracción (Ley de Snell) establece que si:

- θ_1 es el ángulo que forma un rayo incidente en el medio 1 con la normal a la línea que separa el medio 1 del medio 2
- y θ_2 es el ángulo que forma el rayo refractado en el medio 2 con la normal

entonces se cumple que

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \,, \tag{8}$$

o lo que es lo mismo

$$\operatorname{sen} \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \operatorname{sen} \theta_1 \,. \tag{9}$$

Si el rayo está pasando de un medio 1 a otro medio 2 con índice de refracción menor (o lo que es lo mismo, en el medio 2 la luz se propaga más rápidamente), $\frac{n_2}{n_1} < 1$, entonces puede ocurrir que para un ángulo de incidencia θ_1 grande se cumpla

$$\frac{n_1}{n_2} \operatorname{sen} \theta_1 > 1 \,. \tag{10}$$

En este caso la ley de la refracción (9) no se cumple, ya que el seno de un ángulo nunca es mayor que uno, y la refracción no tiene lugar: toda la luz que está incidiendo sobre la superficie que separa los dos medios es **completamente reflejada**. El ángulo de incidencia θ_1 para el que justo se cumple la condición límite de que el seno del ángulo refractado es lo más grande posible, $\operatorname{sen}\theta_2 = 1$, se denomina ángulo crítico (o límite) para la reflexión total

$$\operatorname{sen}\theta_1\Big|_{\text{crit}} = \frac{n_2}{n_1}\underbrace{\sin\theta_2}_{=1} = \frac{n_2}{n_1}\,. \tag{11}$$

Para el caso particular del porblema en el que $n_1 = n_{\text{agua}} = 1.33$ y $n_2 = n_{\text{aire}} \approx 1 < n_{\text{agua}}$ obtenemos que el ángulo crítico es 48 grados y 45 minutos.

P.8 Muy similar al problema anterior pero ahora con $n_1 = n_{\text{vidrio}} = 1.5$ y $n_2 = n_{\text{agua}} = 1.33 < n_{\text{vidrio}}$: el ángulo crítico es entonces

$$\theta_1\Big|_{\text{crit}} = \operatorname{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 62^\circ\, 27'\,. \tag{12}$$

P.9 Sea h=5 m la profundidad a la que está el foco luminoso y sea r la distancia sobre la superficie del agua medida desde la vertical que pasa por el foco luminoso: el seno del ángulo de incidencia de un rayo que saliendo de ese foco llega a un punto de la circunferencia de radio r es $\frac{r}{\sqrt{h^2+r^2}}$, como se puede demostrar con un dibujo simple. Si este seno es menor que $\frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{agua}}} = \frac{1}{n}$ entonces todavía se produce refracción y por tanto saldrá luz al aire proveniente del foco submergido. El radio R para el que justo se cumple la condición límite marca es

$$\frac{R}{\sqrt{h^2+R^2}} = \operatorname{sen}\theta_1\Big|_{\text{crit}} = \frac{1}{n} \quad\Rightarrow\quad R^2 = \frac{h^2}{n^2-1}\,. \tag{13}$$

Y el área correspondiente es πR^2.

P.10 Muy similar al problema anterior: la trayectoria que siguen los rayos luminosos que llegan desde el exterior hasta el nadador submergido es la misma que la de los rayos que salieran del nadador para llegar fuera del agua. Luego el resultado es (13), con h=3 m y n=1.33.

P.11 Por la figura está claro que el ángulo que forma el rayo incidente con el lado inclinado del prisma es 45 grados y por tanto, el ángulo que forma con la normal (ángulo de incidencia) es también 45 grados. De acuerdo con el resultado (10), reflexión total se producirá si

$$\operatorname{sen}\theta_{\text{incidencia}} \geq \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{\text{fuera}}}{n_{\text{vidrio}}}\,, \tag{14}$$

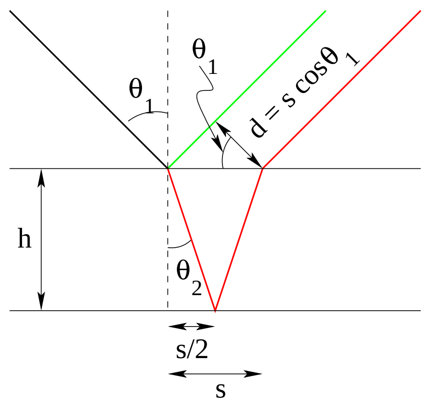
y puesto que $\operatorname{sen}\theta_{\text{incidencia}} = \operatorname{sen}45^\circ = 1/\sqrt{2}$ entonces el índice de refracción del prisma tiene que cumplir

$$n_{\text{vidrio}} \geq \sqrt{2}\, n_{\text{fuera}}\,. \tag{15}$$

Puesto que el índice de refracción fuera es prácticamente 1, entonces $n_{\text{vidrio}} \geq \sqrt{2}$ y el valor mínimo del índice es $\sqrt{2}$. Para la segunda pregunta obtendremos

$$\sqrt{2} \cdot 1.15 \leq n_{\text{vidrio}} < \sqrt{2} \cdot 1.33 \,. \tag{16}$$

P.12 Sea h=3 cm es espesor de la placa de vidrio de índice de refracción n=1.5 y θ_1=40 grados el ángulo de incidencia. De la figura siguiente obtenemos que para la refracción en el paso del aire al vidrio se cumple que



$$\operatorname{sen}\theta_1 = n \operatorname{sen}\theta_2 \,,$$

y además por trigonometría sencilla, la tangente del ángulo de refracción es $\tan\theta_2 = \dfrac{s/2}{h}$. Por lo tanto combinando estos dos resultados

$$\frac{s/2}{h} = \tan\theta_2 = \frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_2}} \overset{\text{ley de refracción}}{=} \frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1}} \,, \tag{17}$$

y de aquí

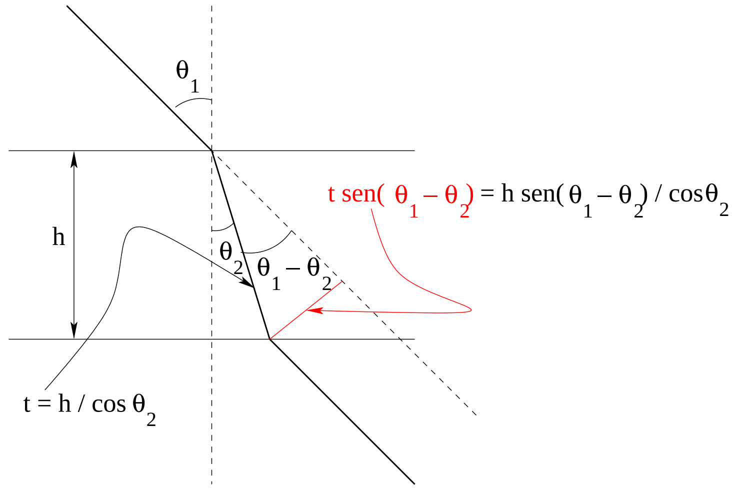
$$d = s\cos\theta_1 = \frac{2h \operatorname{sen}\theta_1 \cos\theta_1}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1}} \,. \tag{18}$$

P.13 De la figura se ve que la distancia d que se pide es igual a

$$d = \frac{h}{\cos\theta_2} \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) \,,$$

donde los dos ángulos están relacionados a través de la ley de la refracción: $1 \cdot \operatorname{sen}\theta_1 = n \cdot \operatorname{sen}\theta_2$. Operando un poco y teniendo en cuenta que $\operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) = \operatorname{sen}\theta_1 \cos\theta_2 - \cos\theta_1 \operatorname{sen}\theta_2$ obtenemos

$$d = h \operatorname{sen}\theta_1 - h \underbrace{\operatorname{sen}\theta_2}_{\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{n}} \frac{\cos\theta_1}{\underbrace{\cos\theta_2}_{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta_2} \overset{\operatorname{sen}\theta_1 = n \operatorname{sen}\theta_2}{=} \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1}}} =$$



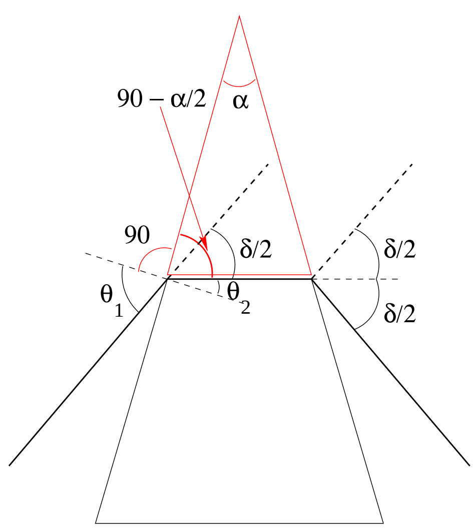
$$= h \,\mathrm{sen}\, \theta_1 \left(1 - \frac{\cos\theta_1}{\sqrt{n^2 - \,\mathrm{sen}\,^2\theta_1}}\right) . \tag{19}$$

P.14 Puesto que el índice de refracción del aire (=vacío) es igual a uno para todas las longitudes de onda, tenemos

$$\begin{cases} \text{violeta}: & 1 \cdot \,\mathrm{sen}\, 45^\circ = n_{\lambda=400\,\mathrm{nm}} \,\mathrm{sen}\, \theta_{2,\,\lambda=400\,\mathrm{nm}} \,, \\ \text{rojo}: & 1 \cdot \,\mathrm{sen}\, 45^\circ = n_{\lambda=700\,\mathrm{nm}} \,\mathrm{sen}\, \theta_{2,\,\lambda=700\,\mathrm{nm}} \,, \end{cases} \tag{20}$$

o bien, $\theta_{2,\,\lambda=400\,\mathrm{nm}} = 25^\circ\, 12'$ y $\theta_{2,\,\lambda=700\,\mathrm{nm}} = 26^\circ\, 3'$.

P.15 De la figura, y debido a la simetría del problema, el ángulo de desviación entre el rayo incidente y el rayo refractado, $\theta_1 - \theta_2$, es igual a la mitad de la desviación total que se pide en el problema: $\delta/2 = \theta_1 - \theta_2$. Por otra parte, resolviendo el triángulo



superior (en rojo), vemos que el ángulo de refracción θ_2, formado con la perpendicular al lado del prisma, es precisamente $\alpha/2$, por lo que aplicando la ley de la refracción, podemos obtener el correspondiente ángulo de incidencia

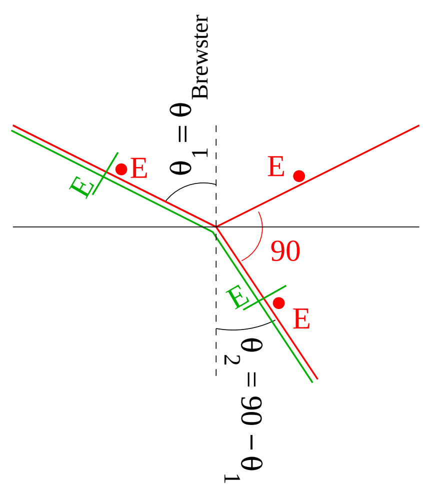
$$\text{sen}\,\underbrace{\theta_1}_{\frac{\delta}{2}+\theta_2} = n\,\text{sen}\,\underbrace{\theta_2}_{\frac{\alpha}{2}} \quad \Leftrightarrow \quad \text{sen}\left(\frac{\delta+\alpha}{2}\right) = n\,\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\,. \tag{21}$$

Para el caso particular que se pide, $\delta_{\text{rojo}} = 35^\circ\,28'$ y $\delta_{\text{violeta}} = 38^\circ\,56'$ luego

$$\Delta\delta = \delta_{\text{violeta}} - \delta_{\text{rojo}} = 3^\circ\,28'\,. \tag{22}$$

2 Problemas de polarización: 16-22

Antes de empezar los problemas, repasemos el concepto de ángulo de polarización, también llamado ángulo de Brewster. Sea un rayo luminoso cuyo campo eléctrico tiene



una componente que está oscilando en el plano de la página (E en color verde en la figura) y otra componente oscilando en perpendicular a la página (E en color rojo). Si el rayo al pasar de un medio a otro se refracta, y la relación entre el ángulo de incidencia θ_1 y los índices de refracción de los dos medios es tal que el rayo refractado forma exactamente un ángulo de 90 grados con el rayo reflejado, entonces este rayo reflejado está completamente polarizado. Al ángulo de incidencia que cumple esto se llama ángulo de polarización o de Brestwer, y cumple

$$n_1\,\text{sen}\,\theta_1 = n_2\,\text{sen}\,\underbrace{\theta_2}_{90^\circ-\theta_1} = n_2\cos\theta_1 \quad \Rightarrow \quad \tan\theta_1\Big|_{\text{polar}} = \frac{n_2}{n_1}\,. \tag{23}$$

P.16 y **P.17** Sea I_1 la intensidad que deja pasar el primer polarizador: tras pasar el segundo polarizador, la intensidad será $I_2 = I_1 \cos^2\theta$ y tras pasar el tercer polarizador, la intensidad será

$$I_{\text{transmitida}} = \left(I_1 \cos^2\theta\right) \underbrace{\cos^2(90^\circ - \theta)}_{\text{sen}^2\theta} = \frac{I_1}{4}\,\text{sen}^2(2\theta)\,, \tag{24}$$

utilizando que $\text{sen}\,(2\theta) = 2\,\text{sen}\,\theta\cos\theta$. La intensidad transmitida es máxima cuando $\text{sen}\,(2\theta)$ es igual a uno, es decir, para $\theta = 45^\circ$.

Para el problema 17, basta con sustituir θ por $\theta_0 + \omega t$, donde θ_0 es el ángulo que forma el eje de transmisión del segundo polarizador con respecto a la vertical; en nuestro caso, $\theta_0 = 0$

$$I_{\text{transmitida}} = \frac{I_1}{4}\,\text{sen}^2(2\omega t)\,. \tag{25}$$

P.18 Tomando que el medio donde está el rayo incidente es el aire ($n_1 \approx 1$), tenemos de acuerdo con lo explicado en el repaso que si para $\theta_1 = 60^\circ$ se produce la polarización del rayo reflejado, entonces el ángulo de refracción es $\theta_2 = 90^\circ - \theta_1 = 30^\circ$; y así el índice de refracción del segundo medio es

$$n_2 = \tan\theta_1\Big|_{\text{polar}} = 1.73\,. \tag{26}$$

P.19 De la ecuación (11) ya sabemos que el ángulo crítico para un cambio de un medio 1 a un medio 2 viene dado por $\text{sen}\,\theta_1\Big|_{\text{crit}} = \dfrac{n_2}{n_1}$. En nuestro caso, el segundo medio es el aire ($n_2 \approx 1$) y como el ángulo crítico es 45 grados entonces el índice de refracción del primer medio es igual a

$$\text{sen}\,45^\circ = \frac{1}{n_1} \quad \Rightarrow \quad n_1 = \sqrt{2} = 1.41\,.$$

Si ahora tenemos un rayo incidiendo del medio 1 al aire, el ángulo de incidencia para el que el rayo reflejado (en el medio 1) está completamente polarizado viene dado por

$$\tan\theta_1\Big|_{\text{polar}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \theta_1\Big|_{\text{polar}} = 35^\circ\,16'\,, \tag{27}$$

aplicando el resultado (23). Si por el contrario el rayo está incidiendo desde el aire sobre el medio 1, el ángulo de polarización cumple entonces que su tangente es la inversa de la del ángulo (27); y por tanto $\theta_2\Big|_{\text{polar}} = 54^\circ\,44'$.

P.20 Para el paso del aire a cada uno de los medios, el ángulo de polarización viene dado por la ecuación (23)

$$\begin{aligned} \text{agua}: \quad & \theta_1\Big|_{\text{polar}} = \arctan(1.33) = 53^\circ\,4'\,, \\ \text{vidrio}: \quad & \theta_1\Big|_{\text{polar}} = \arctan(1.5) = 56^\circ\,19'\,. \end{aligned} \tag{28}$$

P.21 El rayo pasa de un medio de índice de refracción n_1 al aire ($n_2 \approx 1$), luego el ángulo crítico viene dado por (11), $\operatorname{sen}\theta_1\big|_{\text{crit}} = \dfrac{1}{n_1}$. Para el mismo cambio de medio, el ángulo de incidencia para que el rayo reflejado esté completamente polarizado es

$$\tan\theta_1\Big|_{\text{polar}} = \frac{1}{n_1} = \operatorname{sen}\theta_1\Big|_{\text{crit}} . \tag{29}$$

El anterior resultado lo podemos escribir como $\dfrac{\operatorname{sen}\theta_{\text{polar}}}{\cos\theta_{\text{polar}}} = \operatorname{sen}\theta_{\text{crit}}$, y puesto que el coseno siempre es menor o igual que uno, entonces

$$\operatorname{sen}\theta_{\text{crit}} = \frac{\operatorname{sen}\theta_{\text{polar}}}{\cos\theta_{\text{polar}}} \geq \operatorname{sen}\theta_{\text{polar}} . \tag{30}$$

Como la función seno es una función creciente, es decir, si crece el ángulo crece su seno, entonces del anterior resultado se deduce que el ángulo crítico es mayor que el ángulo de polarización.

P.22 Por la definición de índice de refracción, la velocidad de la luz en un medio de índice de refracción n es $v{=}c/n$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Dentro de la lámina de calcita, el rayo con el campo eléctrico paralelo al eje óptico (oscilando en una dirección normal a la página) se propaga a una velocidad v_e distinta a la velocidad v_o del rayo cuyo campo eléctrico está oscilando en el plano de la página. Y por lo tanto, dentro de la calcita, la longitud de onda del primer rayo es distinta a la longitud de onda: puesto que la frecuencia f con la que oscila el campo eléctrico es siempre la misma (tanto dentro como fuera de la calcita), entonces tendremos que

$$\begin{cases} v_o = \lambda_o f \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{\lambda_o} = \dfrac{f}{v_o} = \dfrac{f\, n_o}{c} , \\[2ex] v_e = \lambda_e f \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{\lambda_e} = \dfrac{f}{v_e} = \dfrac{f\, n_e}{c} . \end{cases}$$

En el espesor t de la placa caben $\dfrac{t}{\lambda_o}$ longitudes de onda del rayo ordinario (el que oscila en el plano de la página) y $\dfrac{t}{\lambda_e}$ del rayo extraordinario (el que oscila paralelo al eje óptico, en este caso, perpendicular a la página). Las dos polarizaciones estaban en fase al entrar en la calcita; dentro de ella, la diferencia en el número de ondas que cabe en el espesor t para cada polarización nos dará el desfase entre estas dos polarizaciones cuando salgan de la calcita. Puesto que un diferencia de una longitud de onda corresponde a un desfase de 2π (=una oscilación completa), el desfase al salir de la placa es

$$\delta = 2\pi\left(\frac{t}{\lambda_o} - \frac{t}{\lambda_e}\right) = \frac{2\pi f}{c}\, t\,(n_o - n_e) . \tag{31}$$

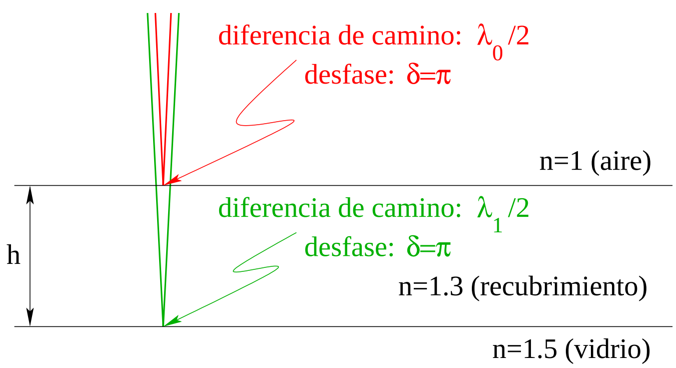
3 Problemas de interferencia: 23-32, 43

$$\boxed{\text{desfase } \delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta s \quad \text{con} \begin{cases} \delta & = \text{desfase (en radianes)} \\ \Delta s & = \text{diferencia de camino} \\ \lambda & = \text{long. onda en el medio} \end{cases}}$$

P.23 Sólo en los casos de reflexión (caso b) y caso e)) los pares de fuentes son coherentes.

P.24 Para este problema, cuando se habla del rayo "rojo" y del rayo "verde" no se refiere a dos longitudes de onda distintas sino que, siempre con la misma longitud de onda, el rayo "rojo" es el reflejado en la primera superficie de separación y el rayo "verde" es el reflejado en la segunda. Recordar que para una superficie que separa dos medios con índice de refracción distintos, cuando la reflexión en tal superficie tiene lugar dentro del medio donde la luz se propaga más rápidamente (en el medio de menor índice de refracción) entonces el rayo reflejado lleva un desfase de π radianes $\equiv 180°$ con respecto al rayo incidente. O si queremos expresar este desfase como diferencia de camino, el rayo reflejado lleva una diferencia de camino igual a $\lambda/2$ con respecto al rayo incidente. Notar que la longitud de onda cambia dependiendo del índice de refracción del medio: si denotamos por λ_0 la longitud de onda de la luz en el vacío, la longitud de onda λ_1 dentro del recubrimiento viene dada por

$$n_{\text{recubrimiento}} = \frac{c_{\text{lux ,vacío}}}{v_{\text{luz ,recubrimiento}}} = \frac{\lambda_0 f}{\lambda_1 f} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_{\text{recubrimiento}}},$$



En el caso del problema (ver figura), puesto que las dos reflexiones tienen lugar en la superficie que separa un medio de menor índice (aire para el rayo "rojo", recubrimiento para el rayo "verde") de uno de mayor índice (recubrimiento para el rayo "rojo", vidrio para el rayo "verde"), entonces el desfase $\delta = \pi$ de la reflexión se aplica a cada uno de los rayos reflejados

$$\delta = \underbrace{\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}(h+h) + \pi\right)}_{\text{desfase para "verde"}} - \underbrace{\pi}_{\text{para "rojo"}} = 2\pi\frac{2h}{\lambda_1}. \tag{32}$$

Para que el desfase entre la onda reflejada en la primera superficie (rayo "rojo") y la onda reflejada en la segunda superficie (rayo "verde") sea destructiva, entonces se tiene que cumplir que el desfase (32) sea igual a

$$\delta = 2\pi \frac{2h}{\lambda_1} = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots = (2m+1)\pi\,, \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{33}$$

y de ahí, los espesores h_m del recubrimiento para interferencia destructiva cumplen

$$h_m = (2m+1)\frac{\lambda_1}{4} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4n_{\text{recubrimiento}}}\,, \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{34}$$

siendo λ_0 la longitud de onda en el vacío y $n_{\text{recubrimiento}}$ el índice de refracción del recubrimiento. Para $n_{\text{recubrimiento}}$=1.3 y λ_0=600 nm obtenemos

$$\begin{array}{lcll} h_0 & = & 115\,\text{nm} & m=0 \\ h_1 & = & 345\,\text{nm} & m=1 \\ h_2 & = & 575\,\text{nm} & m=2 \\ \ldots & & \ldots\ldots & \ldots \end{array}$$

P.25 A partir de la ecuación que relaciona el desfase (medido en radianes) con la diferencia de camino, $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta s$, un desfase de 180 grados (π radianes) corresponde a una diferencia de camino $\Delta s = \lambda/2$. Para una longitud de onda de 600 nm esta diferencia de camino es entonces 300 nm. Este misma diferencia de camino para una longitud de onda $\lambda' = 800$ nm produce un desfase

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda'}\Delta s = \frac{2\pi}{\lambda'}\frac{\lambda}{2} = \pi\,\frac{\lambda}{\lambda'}\,, \tag{35}$$

igual a 0.75π radianes = 135°.

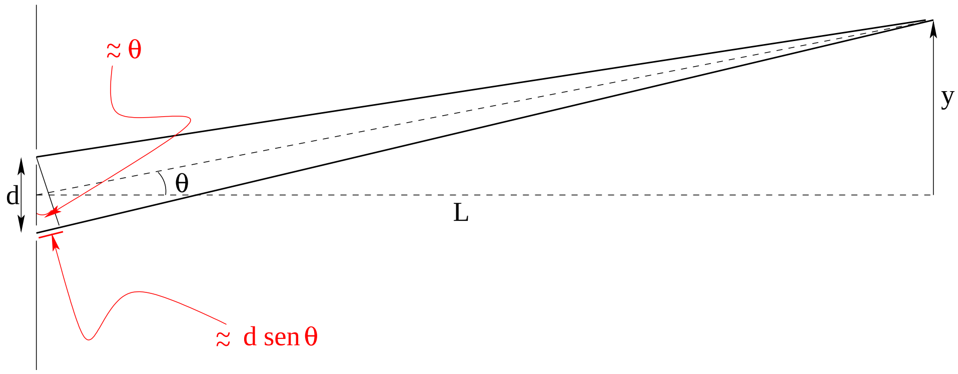
P.26 Puesto que tenemos que $n_{\text{aire}} < n_{\text{aceite}} < n_{\text{agua}}$ como en el problema 24, entonces podemos utilizar el resultado (32) para el desfase entre el rayo reflejado en la superficie aceite-agua y el rayo reflejado en la superficie aire-aceite

$$\delta = 2\pi\frac{2h}{\lambda_1} = 2\pi\frac{2h\, n_{\text{aceite}}}{\lambda_{\text{vacío}}}\,, \tag{36}$$

donde h es el espsesor de la gota en el punto donde estamos estudiando la reflexión, y $\lambda_1 = \lambda_{\text{vacío}}/n_{\text{aceite}}$ la longitud de onda de la luz monocromática dentro del aceite. Las franjas de luz (=interferencia constructiva) aparecen cuando el desfase es un número entero m multiplicado por 2π

$$\delta = m\,2\pi \quad \Rightarrow \quad h_m = m\,\frac{\lambda_{\text{vacío}}}{2n_{\text{aceite}}}\,, \tag{37}$$

que para la segunda franja intensa (m=2) es igual a h=533 nm, si la longitud de onda en el vacío es 650 nm.



P.27 Repasemos primero el experimento de la doble rendija: cada rendija difracta la luz monocromática incidente en todas las direcciones. La diferencia de camino Δs entre los dos rayos que interfieren en la pantalla a una altura y viene dada aproximadamente por $d \operatorname{sen}\theta$ si la distancia L entre la rendija y la pantalla es mucho más grande que y. Para que la interferencia sea constructiva completamente (=máximo de intensidad) se tiene que cumplir entonces que esta diferencia de camino corresponda a un número entero de la longitud de onda de la luz que ilumina la doble rendija

$$d \operatorname{sen}\theta \approx \Delta s = m\lambda\,, \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{38}$$

Como el ángulo θ es normalmente muy pequeño ya que L es mucho mayor que y, entonces podemos aproximar $\theta \approx \operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta = \dfrac{y}{L}$ y por tanto de (38) obtenemos que la posición y_m del mx́imo de orden m es aproximadamente

$$d\,\frac{y_m}{L} \approx d \operatorname{sen}\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad y_m = m\,\frac{\lambda L}{d}\,. \tag{39}$$

Importante es notar que la distancia sobre la pantalla entre un máximo y el siguiente es simepre constante e igual a

$$y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{d}\,. \tag{40}$$

Para el problema, la separación entre dos máximos en la pantalla es por tanto igual a $\dfrac{600 \times 10^{-9} \times 2}{1 \times 10^{-3}} = 1.2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$ o $1.2\,\mathrm{mm}$. Luego en 10 milímetros (=1 centímetro) caben 10/1.2=8 máximos.

P.28 Si hay 28 franjas brillantes (=máximos) en 1 centímetro la separación entre dos máximos es $1\,\mathrm{cm}/28$. Y aplicando (40) se obtiene que

$$\frac{\lambda L}{d} = \frac{1}{28} \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \quad \Rightarrow \quad d = 5\,\mathrm{mm}\,, \tag{41}$$

para λ=589 nm y L=3 m.

P.29 Los fasores es una forma sencilla de representar gráficamente las ecuaciones matemáticas que vamos a estudiar aquí en más detalle. Recordando la relación trigonométrica

$\operatorname{sen}(A+B)=\cos A\operatorname{sen} B+\operatorname{sen} A\cos B$, la suma de los tres campos eléctricos, que tiene por forma general $E_{\text{resultante}}\operatorname{sen}(\omega t+\delta_{\text{resultante}})$ se escribe

$$
\begin{array}{rcll}
E_1 & (=) & & E_0\operatorname{sen}(\omega t)\\
+E_2 & (=) & E_0\cos(\omega t)\operatorname{sen}\delta & +\ E_0\operatorname{sen}(\omega t)\cos\delta\\
+E_3 & (=) & E_0\cos(\omega t)\operatorname{sen}(2\delta) & +\ E_0\operatorname{sen}(\omega t)\cos(2\delta)\\
\hline
E_{\text{res}}\operatorname{sen}(\omega t+\delta_{\text{res}}) & = & E_0\cos(\omega t)\Big(\operatorname{sen}\delta+\operatorname{sen}(2\delta)\Big) & +\ E_0\operatorname{sen}(\omega t)\Big(1+\cos\delta+\cos(2\delta)\Big)
\end{array}
$$

o usando $E_{\text{res}}\operatorname{sen}(\omega t+\delta_{\text{res}})=E_{\text{res}}\cos(\omega t)\operatorname{sen}\delta_{\text{res}}+E_{\text{res}}\operatorname{sen}(\omega t)\cos\delta_{\text{res}}$ se obtiene las siguientes ecuaciones igualando los términos conteniendo $\cos(\omega t)$, y los términos conteniendo $\operatorname{sen}(\omega t)$,

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{ec. 1}: & E_{\text{res}}\operatorname{sen}\delta_{\text{res}} & = & E_0\Big(\operatorname{sen}\delta+\overbrace{\operatorname{sen}(2\delta)}^{2\operatorname{sen}\delta\cos\delta}\Big)=E_0\operatorname{sen}\delta\Big(1+2\cos\delta\Big)\\
\text{ec. 2}: & E_{\text{res}}\cos\delta_{\text{res}} & = & E_0\Big(1+\cos\delta+\underbrace{\cos(2\delta)}_{2\cos^2\delta-1}\Big)=E_0\cos\delta\Big(1+2\cos\delta\Big)\\
\dfrac{\text{ec. 1}}{\text{ec. 2}}: & \tan\delta_{\text{res}} & = & \dfrac{\operatorname{sen}\delta}{\cos\delta}=\tan\delta\\
(\text{ec. 1})^2+ & E^2_{\text{res}} & = & E_0^2\Big(\operatorname{sen}^2\delta(1+2\cos\delta)^2+\\
+(\text{ec. 2})^2: & & & +\cos^2\delta(1+2\cos\delta)^2\Big)=E_0^2\,(1+2\cos\delta)^2
\end{array}
\tag{42}
$$

Hay que notar que en la deducción de la ecuación para $\tan\delta_{\text{res}}$ se ha supuesto que $1+2\cos\delta\neq 0$; si esto no se cumple, entonces $\delta_{\text{res}}=0$.

P.30 y **P.32** De acuerdo con el problema 27, si la distancia L a la pantalla es lo suficientemente grande comparada con la posición y sobre la pantalla, entonce ls diferencia de camino para dos rayos consecutivos es $\Delta s\approx d\operatorname{sen}\theta\approx d\,\dfrac{y}{L}$, y por lo tanto, el desfase correspondiente es

$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s\approx\frac{2\pi}{\lambda}\frac{yd}{L}\,. \tag{43}$$

Ahora utilizamos el resultado (42) del problema anterior: la intensidad es proporcional a la amplitud al cuadrado del campo eléctrico, que es igual a

$$E^2_{\text{res}}=E_0^2\,(1+2\cos\delta)^2\,, \tag{44}$$

con $\delta=\dfrac{2\pi}{\lambda}\dfrac{yd}{L}$ para tres rendijas. De la ecuación (44) está claro que la intensidad será cero (=mínimo) para $\cos\delta=-1/2$, o sea, para

$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{yd}{L}=\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\Big(\frac{2\pi}{3}+2\pi\Big),\Big(\frac{4\pi}{3}+2\pi\Big),\ldots=\frac{2\pi}{3}(1+3m),\ \frac{2\pi}{3}(2+3m)\,,$$

$$y\Big|_{\text{mínimo}}=\frac{\lambda L}{3d}(1+3m),\ \frac{\lambda L}{3d}(2+3m)\,, \tag{45}$$

con m=0,1,2,...; este es el resultado pedido en el problema 32.

Las posiciones de máximo aparecen para $\cos(2\delta) = +1$, con intensidad $E_{\text{res}}^2 = 9E_0^2$,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{yd}{L} = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots = 2\pi m\,,$$

$$y\Big|_{\text{máximo}} = \frac{\lambda L}{d}\, m\,, \tag{46}$$

con m=0,1,2,...; para el problema 31, basta con sustituir d=0.1 mm, L=2 m y una longitud de onda de 600 nm.

P.31 Cuando se tapa una de las rendijas de los extremos, lo que queda son dos rendijas separadas una distancia d. Del resultado (38) del problema 27, tenemos que el máximo de orden m va a aparecer para un ángulo de

$$m\lambda = d \operatorname{sen}\theta\Big|_{\text{máximo orden } m} \approx d\,\theta\Big|_{\text{máximo orden } m}\,, \tag{47}$$

donde la aproximación de sustituir el seno del ángulo por el ángulo (medido en radianes) es válida ya que se trata de un ángulo muy pequeño: $\theta = \dfrac{0.6^\circ}{180^\circ}\pi = 0.01$ radianes. El que este ángulo esté medido desde la rendija del centro o desde el punto medio entre dos rendijas no importa para un ángulo tan pequeño. El máximo de cuarto orden aparecerá por tanto para un ángulo de

$$d\,\theta\Big|_{\text{máximo orden 4}} \approx 4\lambda \quad\Rightarrow\quad \theta\Big|_{\text{máximo orden 4}} \approx 4\theta\Big|_{\text{máximo orden 1}}\,. \tag{48}$$

Cuando se cubre la rendija central, volvemos a quedarnos con dos rendijas pero esta vez separadas una distancia $2d$. Luego el ángulo para el máximo de orden m vendrá dado por la ecuación (47) pero con d sustituida por d'=$2d$

$$m\lambda = (2d)\operatorname{sen}\theta'\Big|_{\text{máximo orden } m} \approx (2d)\,\theta'\Big|_{\text{máximo orden } m}$$

luego

$$\theta'\Big|_{\text{máximo orden } m} = \frac{1}{2}\,\theta\Big|_{\text{máximo orden } m}\,. \tag{49}$$

Por lo tanto, el máximo de orden 8 para esta segunda doble rendija aparece para un ángulo en el que se observaría el máximo de orden 4 en la primera doble rendija ya que

$$\theta\Big|_{\text{máximo orden 4}} \approx \frac{4\lambda}{d} = \frac{8\lambda}{2d} \approx \theta'\Big|_{\text{máximo orden 8}}\,. \tag{50}$$

P.43 Puesto que las dos fuentes son coherentes, el efecto del montaje del problema es el de un experimento de doble rendija, con las dos rendijas separadas una distancia $d = \lambda/2$. Si la pantalla está lo suficientemente alejada, la diferencia de camino entre los dos rayos emitidos por cada foco es aproximadamente $d\operatorname{sen}\theta$, siendo este último resultado exacto si los dos rayos son paralelos y se llevan a interferir sobre la pantalla a través de un telescopio.

En general, dos fuentes coherentes que tienen entre sí una diferencia de fase igual a δ producen en el punto en el que interfieren una intensidad

$$I_{\text{resultante}} = 2I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = I_0(1 + \cos\delta)\,, \tag{51}$$

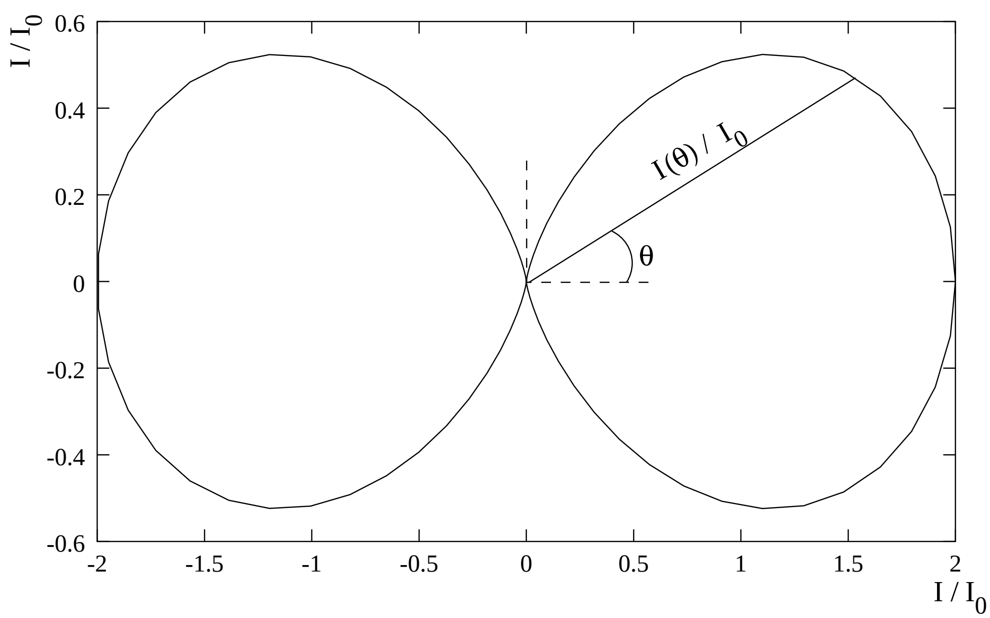
siendo I_0 la intensidad que emite cada fuente. Una manera sencilla de "ver" este resultado es notar que: si las dos fuentes están completamente en fase, entonces sus intensidades se suman simplemente, algo que se obtiene también de la ecuación (51) para $\delta = 0, 2\pi, \ldots$; por el contrario, si están desfasadas en π radianes, la interferencia es completamente destructiva y la intensidad resultante es cero. En este problema, el desfase δ correspondiente a la diferencia de camino entre los dos rayos viene dado por

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta = \pi \operatorname{sen}\theta\,. \tag{52}$$

y la intensidad resultante en la pantalla es por tanto

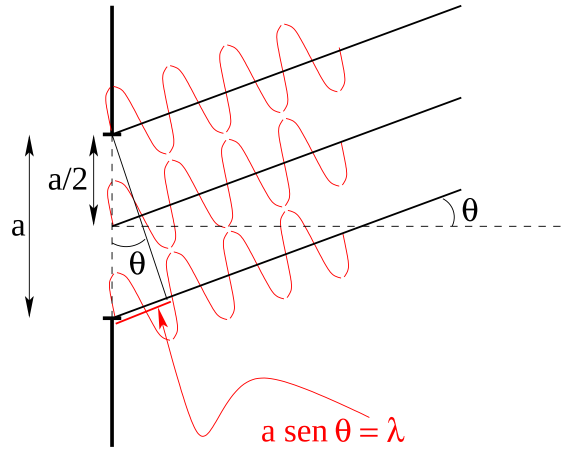
$$I_{\text{resultante}} = 2I_0 \cos^2\left(\frac{\pi \operatorname{sen}\theta}{2}\right)\,, \tag{53}$$

cuya gráfica en representación polar es la siguiente:



4 Problemas de difracción: 33-42

Repaso de la difracción de Fraunhofer para una única rendija: una luz monocromática de longitud de onda λ incide sobre una rendija, de anchura a no muy grande, que difracta la luz en todas las direcciones. Consideremos una dirección θ que cumpla que $a \operatorname{sen}\theta = \lambda$: de la figura se ve claramente que el rayo difractado justo en el borde superior de la



rendija interfiere destructivamente (=está desfasado en media longitud de onda) con el rayo difractado en la mitad de la rendija; y este rayo a su vez interfiere destructivamente con el rayo difractado en el borde inferior de la rendija. De ello se deduce que en la dirección θ considerada habrá un cero en la intensidad de la luz difractada. Si ahora consideramos otro ángulo θ' que cumpla $a\,\mathrm{sen}\,\theta' = 2\lambda$, tendremos un caso similar: el rayo difractado en el borde superior interfiere destructivamente con el rayo difractado una distancia $a/4$ más abajo; este segundo rayo interfiere destructivamente con el rayo difractado en la mitad de la rendija; éste a su vez, destructivamente con el rayo difractado una distancia $a/4$ más abajo; y finalmente, este último rayo interfiere destructivamente con el rayo difractado en el borde inferior. Generalizando, la condición de intensidad cero para la difracción de luz monocromática por una rendija de anchura a es

$$a\,\mathrm{sen}\,\theta\Big|_{\text{intensidad } 0} = m\lambda\,, \quad m = 1, 2, 3, \ldots \tag{54}$$

Importante. No confundir la rendija única de anchura a, que es lo que acabamos de ver, con la doble rendija formada por dos rendijas separadas una distancia d o con la generalización de la doble rendija, la red de difracción: mientras que $a\sin\theta = m\lambda$ (con m entero distinto de cero) indica los ángulos para intensidad **cero** en la difracción de Fraunhofer, la relación $d\sin\theta = m\lambda$ (con m entero cualquiera) da los ángulos para **máximo** en una doble rendija o en una red de difracción.

En la ecuación (54) acabamos de ver la condición para intensidad cero en la luz difractada por una rendija (infinitamente larga) de anchura a. Para un ángulo $\theta = 0$ tal condición no se cumple, ya que no hay ningún desfase entre los rayos que salen de cada punto de la rendija. Luego para $\theta = 0$ habrá un máximo de intensidad, llamado máximo principal. La distancia sobre una pantalla (suficientemente alejada) entre el máximo principal y el primer mínimo ocurre para un ángulo $\theta \approx \mathrm{sen}\,\theta = \dfrac{\lambda}{a}$. De acuerdo con el criterio de Rayleigh, este ángulo también corresponde al ángulo más pequeño que dos rendijas pueden estar separadas de forma que sobre la pantalla podamos resolver las dos rendijas. Esto se llama la separación angular crítica o el ángulo límite de resolución

$$\theta_{\text{mínimo resuelto}} = \frac{\lambda}{a} \,. \tag{55}$$

Si en cambio de ser una rendija de anchura a tenemos una abertura circular de diámetro D, el resultado para el ángulo límite de resolución es muy parecio a (55) pero introduciendo un factor de 1.22

$$\theta_{\text{mínimo resuelto}} = 1.22\,\frac{\lambda}{D} \,, \tag{56}$$

debido a la forma circular de la abertura.

P.33 Para una única rendija de anchura a, las posiciones de mínimo en la pantalla aparecen para ángulos θ que cumplen $a \operatorname{sen}\theta = \lambda,\, 2\lambda \ldots = m\lambda$. Por otra parte, el ángulo θ que apunta hacia el punto sobre la pantalla donde aparece el mínimo de orden m, punto que está a una distancia y_m medida desde el centro de la pantalla (el centro de la pantalla se toma como el punto de corte con la pantalla de la normal trazada a la rendija), viene dado por $\tan\theta = \frac{y_m}{L}$, con L la distancia entre la rendija y la pantalla. Para una distancia sobre la pantalla mucho más pequeña que L, se puede escribir $\theta \approx \operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta = \frac{y_m}{L}$. El primer cero de intensidad en la derecha aparece para una posición sobre la pantalla de

$$\underbrace{\theta_{\text{1er mínimo}}}_{\approx \frac{y_1}{L}} \approx \operatorname{sen}\theta_{\text{1er mínimo}} = \frac{\lambda}{a} \,,$$

luego la distancia entre el primer mínimo a la derecha y el primer mínimo a la izquierda viene dada por

$$2y_1 \approx 2\frac{\lambda L}{a} \,, \tag{57}$$

que es igual a 1.7 cm para los datos del problema.

P.34 La primera cuestión está contestada en el problema anterior: la anchura del máximo central es la distancia entre el primer mínimo a la derecha y el primer mínimo a la izquierda, distancia dada por (57). Si ahora la anchura de la rendija que abrimos sobre la pantalla es $a' = \frac{2\lambda L}{a}$, entonces la anchura del máximo sobre un plano colocado sobre la primera rendija es

$$2y_1'\Big|_{\text{sobre plano primera rendija}} \approx 2\frac{\lambda L}{a'} = 2\frac{\lambda L}{\frac{2\lambda L}{a}} = a \,, \tag{58}$$

utilizando otra vez el resultado (57).

P.35 Para una abertura circular de diámetro D=0.1 mm iluminada por una luz de longitud de onda λ=700 nm, el ángulo bajo el que se ve el primer mínimo viene dado por (54) con la corrección de incluir el factor 1.22 correspondiente a una abertura circular

$$\underbrace{\theta_{\text{1er mínimo}}}_{\approx \frac{y_1}{L}} \approx \operatorname{sen}\theta_{\text{1er mínimo}} = 1.22\,\frac{\lambda}{D}\,, \tag{59}$$

donde y_1 es la posición de este mínimo sobre una pantalla alejada una distancia L=8 m. El resultado para los datos del porblema es $\theta_{\text{1er mínimo}} = 8.5\times 10^{-3}$ radianes $= 29'$ e y=7 cm.

P.36 La separación entre los faros es y=112 cm y el ángulo bajo el que vemos los dos focos a una distancia L es approximadamente $\theta = y/L$. Por lo tanto el ángulo mínimo que pueden estar separados, o lo que es lo mismo, la mayor distancia L posible a la que los podemos observar a través del ojo (una abertura circular de diámetro D=5 mm), viene dada por (56)

$$\frac{y}{L_{\text{max}}} \approx 1.22\frac{\lambda}{D} \quad \Rightarrow \quad L_{\text{max}} \approx \frac{yD}{1.22\,\lambda}\,, \tag{60}$$

distancia igual a 8.35 km para una longitud de onda de 550 nm.

P.37 y **P.38** Repaso del funcionamiento de la red de difracción aquí. Todas las longitudes de onda de una luz incidente perpendicularmente sobre una red de difracción es difractada en todas las direcciones. Para una longitud de onda determinada λ, en aquellas direcciones en la que se cumpla

$$d\operatorname{sen}\theta = m\lambda\,, \quad m = 0, 1, 2, \dots\,, \tag{61}$$

tendremos interferencia constructiva entre todos los rayos difractados y por tanto una línea intensa del color correspondiente a la longitud de onda λ; d es la separación entre rendijas de la red. Para la misma longitud de onda, en las direcciones en las que no se cumpla la condicón (61) no se verá el color de tal λ.

Para el problema 37, la separación entre dos rendijas en la red es d=1 cm/2000. Aplicando (61) se obtiene que en el primer orden (m=1) la línea para λ=410 nm se verá para un ángulo de 4 grados y 42 minutos, y de 4 grados y 59 minutos para la otra línea.

En el problema 38 la longitud de onda en primer orden es 486 nm para un ángulo de 0.0972 radianes, y de 660 nm para el otro ángulo.

P.39 Volviendo a utilizar la ecuación de interferencia constructiva, $d\operatorname{sen}\theta = m\lambda$, para la red de difracción, obtenemos que en primer orden (m=1) para una red con d=1 cm/2000

$$\theta = \operatorname{arcsen}\left(\frac{\lambda}{d}\right)\,, \tag{62}$$

el ángulo para λ=579.0 nm es 6 grados 39 minutos; y para la otra línea amarilla del mercurio, el ángulo es 6 grados 38 minutos. Para poder resolver estas líneas necesitamos un poder de resolución

$$\text{resolución} = \frac{\lambda}{|\Delta\lambda|} = \frac{579}{579-577} \approx 290\,, \tag{63}$$

y puesto que el poder de resolución que nos da una red de difracción es igual al orden m en el que estemos trabajando multiplicado por el número N de rendijas iluminadas, entonces en primer orden m=1 necesitamos que estén iluminadas por lo menos mN=N=290 rendijas, es decir, el haz de luz debe tener un ancho de por lo menos 290/2000 centímetros.

P.40 En una red de difracción, el máximo ángulo de difracción es 90 grados, es decir, cuando el rayo difractado sale tangente a la red. En orden m, tal ángulo corresponde a una longitud de onda

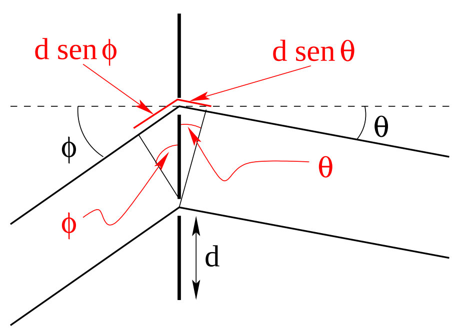
$$d\,\mathrm{sen}\,(\theta=90^\circ) = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d}{m}\,, \tag{64}$$

igual a 500 nm para una red con d=1 cm/4000 en quinto orden.

P.41 Puesto que la resolución es igual al número de orden multiplicado por el número de rendijas de la red iluminadas (se considera que se está iluminando toda la red), en nuestro caso en que la resolución es 22000 en el cuarto orden, el número de rendijas es 22000/4=5500, que hay por cada 5 cm de lado. Luego la distancia entre rendijas es d=5 cm/5500 y el ángulo en cuarto orden para la longitud de onda dada es

$$\theta = \mathrm{arcsen}\left(\frac{m\lambda}{d}\right) = 12^\circ\,58'\,. \tag{65}$$

P.42 Como se ve en la figura, la diferencia de camino entre dos rayos difractados en dos rendijas consecutivas es $d\,\mathrm{sen}\,\phi + d\,\mathrm{sen}\,\theta$. De acuerdo a cómo se dedujo el fun-



cionamiento de la red de difracción, en la dirección θ en la que se ve una línea intensa de color correspondiente a la longitud de onda λ se produce interferencia constructiva entre los rayos difractados, luego

$$d\,\mathrm{sen}\,\phi + d\,\mathrm{sen}\,\theta = m\lambda\,, \tag{66}$$

que es el resultado pedido.

5 Soluciones completas en formato PDF

Descarga de las soluciones aquí: apretando la tecla derecha del ratón sobre el enlace subrayado, elegir "Guardar enlace como" (Netscape) o "Guardar objetivo como" (Explorer).

Para usuarios de Linux, el archivo se puede abrir con el programa GhostView: escribir **gv prob_emo3.pdf &** o bien **kghostview prob_emo3.pdf &** en una consola de texto.