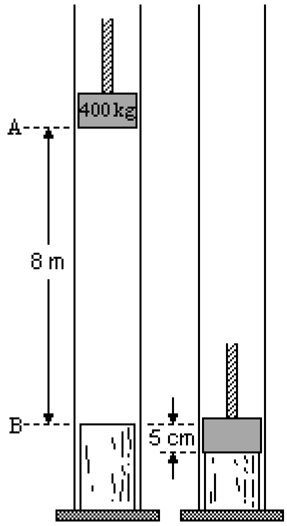
SOLUCIÓN DEL EXAMEN DE FÍSICA DE JUNIO DE 2004



PROBLEMA 1

Se deja caer un mazo de hierro de 400 kg desde una altura de 8 m sobre un pilote de madera que se clava en el suelo. (a) ¿Qué trabajo efectúa el mazo sobre el pilote si éste se clava 5 cm en el suelo?, (b) qué fuerza ha ejercido el mazo sobre él?

Solución

a) El mazo pasa de tener una energía cinética cuando llega al pilote a estar parado y, además, desciende 5 cm, luego el trabajo será igual a esa variación de energía.

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh_1 = 400 \;\; 9.8 \;\; 8 = 31360J$$

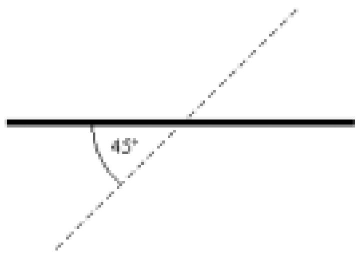
$$mgh_2 = 400 \;\; 9.8 \;\; 0.05 = 196J$$

Y el trabajo total será $W = 31556J$

b) Considerando la fuerza constante,

$$W = F \;\; \Delta h \Rightarrow F = \frac{W}{\Delta h} = \frac{31556}{0.05} = 631120N$$

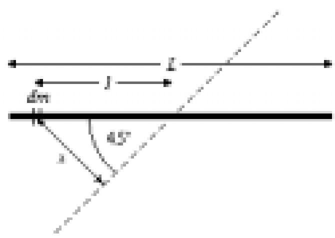
PROBLEMA 2



Calcular el momento de inercia de una varilla plana de longitud L y masa M respecto a un eje que pasa por su centro y está inclinado 45º, según se ve en la figura.

Solución

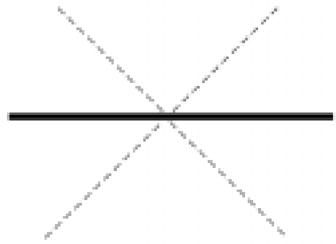
1ª Forma: Integrando,



$$dI = x^2 dm = x^2 \lambda dl = \left(l \operatorname{sen} 45^\circ\right)^2 \lambda dl$$

$$I = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(l \operatorname{sen} 45^\circ\right)^2 \lambda dl = \frac{1}{24}\lambda L^3 = \frac{1}{24}ML^2$$

2ª Forma: Utilizando el teorema de los ejes perpendiculares,
Si dibujamos otro eje simétrico, como se ve en la figura, tendremos dos perpendiculares y ambos, perpendiculares a un eje normal a la barra en su centro. Los momentos de inercia respecto a los dos primeros son iguales y su suma igual al momento correspondiente al otro eje, según el citado teorema. Como este último es $\frac{1}{12}ML^2$, cada uno de los otros será $\frac{1}{24}ML^2$.



PROBLEMA 3

Calcula las condiciones iniciales, vector posición $(x_o,y_o,0)$ m y vector velocidad $(0,v_{oY},v_{oZ})$ m/s, de un sistema físico puntual para que, bajo la acción de la aceleración (10,0,-10) m/s^2, alcance la posición (10,10,0) m que dista 10 m de la posición inicial, al cabo de 1 s.

Solución

Para cada coordenada de la posición, teniendo en cuenta que las componentes de la aceleración son constantes,

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{1}{2}a_x \cdot t^2 \Rightarrow 10 = x_0 + 0 \cdot 1 + \frac{1}{2}10 \cdot 1^2 \Rightarrow x_0 = 5m$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2}a_y \cdot t^2 \Rightarrow 10 = y_0 + v_{0y} \cdot 1 + \frac{1}{2}0 \cdot 1^2 \Rightarrow y_0 = 10 - v_{0y}$$

$$z = z_0 + v_{0z} \cdot t + \frac{1}{2}a_z \cdot t^2 \Rightarrow 0 = 0 + v_{0z} \cdot 1 + \frac{1}{2}(-10) \cdot 1^2 \Rightarrow v_{0z} = 5m/s$$

Por otra parte, la distancia entre las posiciones inicial y final es 10 m, luego

$$10 = \sqrt{(10-5)^2 + (10-y_0)^2} \Rightarrow y_0^2 - 20y_0 + 25 = 0 \Rightarrow y_0 = \begin{matrix} 18.66m \\ 1.34m \end{matrix}$$

Para $y_0 = 18.66m$, $v_{0y} = -8.66m/s$ y para $y_0 = 1.34m$, $v_{0y} = 8.66m$

PROBLEMA 4

Calibra un termómetro de resistencia de platino cuyo comportamiento ha dejado de ser correcto en la escala Celsius. Para una mezcla con 3/4 de agua en fase líquida y 1/4 de agua en fase sólida, todo ello a 1 atm de presión, dicho termómetro indica 4 º. Si la mezcla es de 1/3 de agua en fase líquida y 2/3 de agua en fase gas a la presión de 1 atm, el mismo termómetro indica 98 º. Con la nueva calibración, calcula la temperatura correcta (en ºC) correspondiente al valor 51 º que nos indica el termómetro.

Solución

Obviamente, las temperaturas respectivas de ambas mezclas son 0 ºC y 100 ºC.
Suponiendo que la respuesta de un termómetro es lineal podemos poner la temperatura como $T = aX + b$ donde X es el valor de la propiedad termométrica y las constantes a y b dependen del termómetro considerado. Llamando X_0 y X_{100} al valor de la propiedad termométrica en el punto de congelación y de ebullición, respectivamente, tenemos:

$$\left.\begin{matrix} 0 = aX_0 + b \\ 100 = aX_{100} + b \end{matrix}\right\} a = \frac{100}{X_{100} - X_0} \qquad b = -\frac{100X_0}{X_{100} - X_0}$$

Sustituyendo en la ecuación para T,

$$T = 100 \frac{X - X_0}{X_{100} - X_0}$$

Podemos considerar la lectura incorrecta como propiedad termométrica, luego la lectura correcta vendrá dada por

$$T = 100 \frac{X - 4}{98 - 4}$$

siendo X la lectura incorrecta. Si el termómetro indica 51 º, la lectura correcta será:

$$T = 100 \frac{51 - 4}{98 - 4} = 50^{o} C$$

PROBLEMA 5

Un trozo de hielo de 583 cm^3 a 0 ºC se funde y se calienta hasta 4 ºC. Calcular el incremento de su energía interna.
Datos: Densidades del hielo y del agua: 0.917 g/cm^3 y 1g/cm^3, respectivamente. Presión atmosférica: 1 kp/cm^2. Calor latente de fusión del hielo: L = 80 cal/g.
Nota: Tomar 1 kp = 10 N.

Solución

Según el Primer Principio de la Termodinámica, $\Delta U = Q - W$
El calor necesario para que 583 cm^3 de hielo a 0 ºC se fundan y pasen a ser agua a 0 ºC y luego se calienten hasta 4 ºC es:

$$Q = m \cdot L + m \cdot c_e \cdot \Delta T = m\left(L + c_e \cdot \Delta T\right) = 534.61\ g\left(80 \frac{cal}{g} + 1 \frac{cal}{g\ ^{o}C} 4\ ^{o}C\right) = 44907.32\ cal$$

$$= 187712.59\ J$$

siendo $m = \rho_h \cdot V_h = 0.917 \frac{g}{cm^3} 583\ cm^3 = 534.61\ g$

El proceso se realiza a presión constante, por tanto:

$$W = p \cdot \Delta V = p\left(V_a - V_h\right) = p\left(\frac{m}{\rho_a} - V_h\right) = 10 \frac{N}{cm^2}\left(\frac{534.61\ g}{1\ g/cm^3} - 583\ cm^3\right)$$

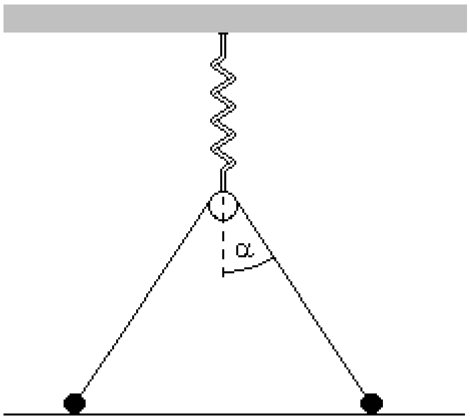
$$= 10 \frac{N}{cm^2}\left(534.61 - 583\right) cm^3 = -4.437\ J$$

Finalmente,

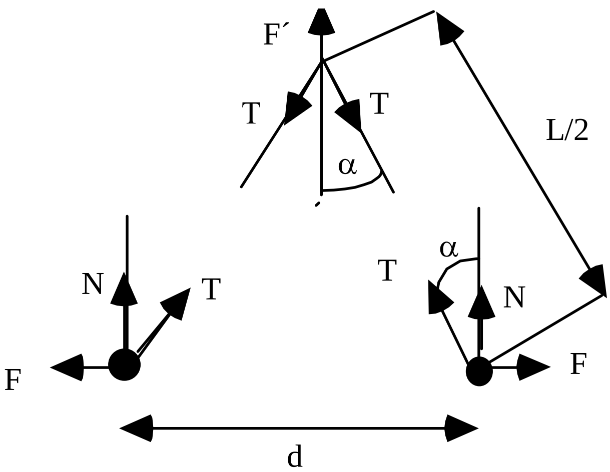
$$\Delta U = Q - W = 187712.59\ J - \left(-4.437\ J\right) = 187717.03\ J = 187.717\ kJ$$

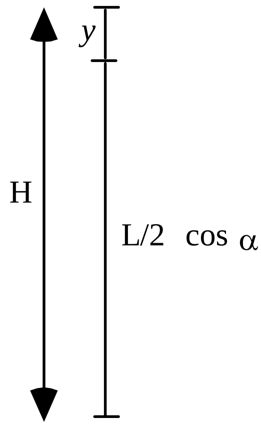
PROBLEMA 6

Dos puntos materiales de igual peso *P* deslizan sin rozamiento sobre un plano unidos entre sí mediante un hilo flexible, inextensible y sin peso, de longitud *L*, que pasa a través de una polea sin rozamiento y sin masa.
Ambos puntos materiales se repelen recíprocamente a causa de una fuerza proporcional a la distancia que los separa, siendo *K* la constante de proporcionalidad.
La polea está suspendida de un muelle y su distancia al plano citado vale *H* cuando los puntos materiales no están suspendidos de ella.
El muelle ejerce una fuerza proporcional a su alargamiento con constante de proporcionalidad *K'*.
Calcular la posición de equilibrio, la tensión del hilo y las reacciones del plano en función de *P*, *L*, *H*, *K* y *K'*.



Solución





En el equilibrio, $\sum F = 0\ N$

En ambos puntos materiales:

$$T_x = F \qquad T \cdot \text{sen}\ \alpha = K \cdot d = K \cdot 2\frac{L}{2}\text{sen}\ \alpha = K \cdot L \cdot \text{sen}\ \alpha \Rightarrow T = K \cdot L$$

$$T_y + N = P \qquad T \cdot \cos\alpha + N = P \Rightarrow N = P - K \cdot L \cdot \cos\alpha$$

En la polea:

$$F' = 2 \cdot T_y \qquad K' \cdot y = K'\left(H - \frac{L}{2}\cos\alpha\right) = 2 \cdot T \cdot \cos\alpha$$

siendo *y* el alargamiento sufrido por el muelle.
Agrupando términos:

$$K' \cdot H = \left(2 \cdot T + K'\frac{L}{2}\right)\cos\alpha = \left(2 \cdot K + \frac{K'}{2}\right)L \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 2\frac{K' \cdot H}{L(4 \cdot K + K')}$$

Por tanto, las soluciones son:

$$T = K \cdot L, \qquad \alpha = arc\ \cos 2\frac{K' \cdot H}{L(4 \cdot K + K')} \qquad y \qquad N = P - 2\frac{K \cdot K' \cdot H}{4 \cdot K + K'}$$