

Libro de resúmenes de las Jornadas de Seguimiento
de Proyectos I+D MTM2004 del Programa
Nacional de Matemáticas

Edición coordinada por Juan Luis Varona Malumbres

Universidad de La Rioja (Logroño),
12 al 14 de abril de 2007

Libro de resúmenes de las Jornadas de Seguimiento de Proyectos I+D MTM2004 del Programa Nacional de Matemáticas

Universidad de La Rioja (Logroño),
12 al 14 de abril de 2007

Comité organizador:

Juan Luis Varona Malumbres* (Presidente)

Óscar Ciaurri Ramírez* (Secretario)

José Manuel Gutiérrez Jiménez*

Julio Rubio García*

* Profesores del Departamento de Matemáticas y Computación
de La Universidad de La Rioja

Colaboran:

Ministerio de Educación y Ciencia

Universidad de La Rioja

Índice

Métodos algebraicos en geometría no conmutativa (MTM2004-01406)	1
<i>José Gómez Torrecillas</i>	
Aplicaciones del álgebra a la geometría no conmutativa (MTM2004-08125)	5
<i>Pascual Jara Martínez</i>	
Métodos constructivos en anillos de operadores diferenciales y aplicaciones (MTM2004-01165)	9
<i>Francisco Jesús Castro Jiménez</i>	
Geometría algebraica de las singularidades, combinatoria y computación (MTM2004-00958)	13
<i>Antonio Campillo López</i>	
Singularidades de variedades y de sistemas diferenciales algebraicos o analíticos. Aplicaciones e interacciones con otros campos (MTM2004-07203-C02-01)	17
<i>Luis Narváez Macarro</i>	
Números pseudoaleatorios y criptología (MTM2004-07086)	23
<i>Jaime Gutiérrez Gutiérrez</i>	
Análisis de Fourier y aplicaciones (MTM2004-00678)	27
<i>Fernando Soria de Diego</i>	
Análisis de Fourier y aplicaciones (MTM2004-05878)	33
<i>Jorge Juan Betancor Pérez</i>	
Espacios de Frechet, operadores de convolución y operadores hiper-cíclicos (MTM2004-02262)	37
<i>José Bonet Solves</i>	
Estructuras no-asociativas en análisis. Finitud en términos de operadores y teoría espectral (MTM2004-03882)	41
<i>Elamin Kaidi Lhachmi</i>	
Homología de orden superior en espacios de Banach (MTM2004-02635)	45
<i>Jesús Fernández Castillo</i>	
Ecuaciones en derivadas parciales dispersivas y de difusión (MTM2004-03029)	49
<i>Luis Vega González</i>	

Problemas inversos y estabilización de métodos numéricos en perturbación singular, poroelasticidad y difusión (MTM2004-01905)	53
<i>Carmelo Clavero Gracia</i>	
Métodos numéricos para algunos tipos de ecuaciones diferenciales (MTM2004-06466-C02-01)	57
<i>Juan Ignacio Montijano Torcal</i>	
Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en física matemática: Interfases, singularidades y escalas múltiples (MTM2004-05634)	61
<i>Juan José López Velázquez</i>	
Dinámica débilmente no lineal de ondas contrapropagatorias en sistemas invariantes frente a reflexiones y traslaciones (MTM2004-03808)	65
<i>José Manuel Vega de Prada</i>	
Análisis de sistemas dinámicos vía formas normales (MTM2004-04066)	67
<i>Antonio Algaba Durán</i>	
Ecuaciones en derivadas parciales y modelos matemáticos de la mecánica de medios continuos (MTM2004-05417)	71
<i>Sergey Shmarev</i>	
Identificación de cambios estructurales en sistemas dinámicos con información parcial (MTM2004-05316)	75
<i>Pedro José Zufiria Zatarain</i>	
Modelización estocástica y predicción con datos funcionales (MTM2004-05992)	79
<i>Mariano José Valderrama Bonnet</i>	
Análisis, selección y validación bayesianos de modelos espaciales y temporales en epidemiología y medio ambiente (MTM2004-03290)	83
<i>María Jesús Bayarri García (representado por Carmen Armero Cervera)</i>	
Modelización estadística para datos con implantación espacial y evolución temporal. Aplicaciones en tablas dinámicas de mortalidad y potenciales evocados en psicología y neurofisiología (MTM2004-06231)	87
<i>Jorge Mateu Mahiques</i>	
Geometría de superficies: Superficies mínimas y otras condiciones de curvatura (MTM2004-02746)	91
<i>Antonio Ros Mulero</i>	

Problemas variacionales de origen físico sobre la curvatura media de las superficies (MTM2004-00109)	95
<i>Sebastián Montiel Gómez</i>	
Geometría y Topología en espacios de móduli: Geometría simpléctica (MTM2004-07090-C03-03)	99
<i>Alberto Ibort Latre</i>	
Geometría y Topología en espacios de móduli: Análisis global (MTM2004-07090-C03-01)	101
<i>Óscar García Prada</i>	
Geometría y Topología en espacios de móduli: Geometría algebraica (MTM2004-07090-C03-02)	105
<i>Ignacio Sols Lucía</i>	
Propiedades globales, homotópicas y diferenciables, de la topología de espacios y variedades (MTM2004-06262)	109
<i>Aniceto Murillo Mas</i>	
Métodos, formulaciones y algoritmos para la solución de modelos de optimización dinámicos y estocásticos mediante programación matemática (MTM2004-02334)	113
<i>José Niño Mora</i>	
Coordinación y optimización en la planificación de los sistemas de producción y distribución (MTM2004-00909)	117
<i>Justo Puerto Albandoz</i>	

Métodos algebraicos en Geometría no Conmutativa

MTM2004-01406

UNIVERSIDAD DE GRANADA

MIEMBROS DEL EQUIPO

José Luis Bueso Montero

Laiachi El Kaoutit Zerri

José Gómez Torrecillas (IP)

Javier Lobillo Borrero

Gabriel Navarro Garulo (personal contratado)

Carlos Rabelo Rosillo

Introducción. Cuando a finales de 2000 tuvimos conocimiento de que la entonces prepublicación [1] contenía la clave para unificar y ordenar las cada vez más proliferas teorías que involucraban módulos generalizados (módulos graduados, módulos de Hopf, módulos de Doi-Koppinen, módulos entrelazados) mediante la noción de coanillo, estábamos fundamentalmente ocupados en finalizar la monografía [7], que habría de sistematizar nuestra aproximación al Álgebra Computacional no Conmutativa, y en sacar provecho de nuestro punto de vista «algorítmico» para obtener descripciones explícitas de los espectros primos de algunas álgebras cuantizadas (por ejemplo [18]), o incluso propiedades de regularidad homológica para los grupos cuánticos (como en [19]). Con todo, decidimos explorar la capacidad del «nuevo» formalismo (los coanillos) como herramienta para obtener resultados. Tras comprobar [16] que los coanillos permitían obtener versiones unificadas de todos los teoremas de separabilidad en módulos generalizados (ver [9] para una exposición detallada de esta teoría), y constatar el interés que tenían los coanillos en Geometría no Conmutativa, decidimos iniciar un programa de investigación sistemática de estas estructuras. En el momento de solicitar el presente proyecto de investigación (2003), habíamos ya realizado importantes avances: aparte del mencionado [16], habíamos desentrañado la estructura de los coanillos semisimples [14, 12], para lo que fue fundamental la introducción de los coanillos de comatrices, cuya relevancia en la teoría sigue vigente (ver, por ejemplo, [8]), y generalizado el Teorema del Descenso Fielmente Plano [12], entre otros resultados. La mayoría de ellos fueron inmediatamente incorporados a la monografía [5], tomando como fuente las prepublicaciones correspondientes.

El proyecto fue financiado con 71.600 en costes directos (42.000 en personal y 29.600 en costes de ejecución). El equipo inicial lo formaban Bueso, Gómez-Torrecillas, Lobillo y Rabelo. El Kaoutit estaba finalizando su tesis bajo la dirección del IP, y en 2006 se incorporó oficialmente al proyecto (contratado como ayudante doctor por la UGR). Navarro fue contratado con cargo al proyecto en 2006. Rabelo renunció en 2005 a su beca de doctorado al obtener plaza de profesor de instituto. Su tema de tesis, que era parte de los objetivos del proyecto, fue retomado por Zarouali que no pertenece al equipo por carecer de vinculación con la institución.

Coanillos en el contexto matemático. Un coanillo sobre un álgebra asociativa y con uno A es, dicho de manera compacta, una coálgebra en la categoría de un A -bimódulos. Cada A -coanillo \mathfrak{C} lleva consigo su categoría de comódulos por la derecha $\mathcal{M}^{\mathfrak{C}}$, que es aditiva pero no siempre abeliana. Antes de bosquejar nuestro

programa de investigación y los resultados obtenidos, describiremos algunos de los muchos coanillos que pueden construirse sobre un álgebra A .

Dada una extensión de anillos (o álgebras) $B \rightarrow A$, tenemos el llamado coanillo canónico de Sweedler $A \otimes_B A$ [25]. Para una extensión de álgebras de división $B \leq A$, Sweedler estableció una correspondencia biyectiva de tipo Jacobson-Bourbaki entre las subextensiones $B \leq D \leq A$ y los coideales J del coanillo canónico $A \otimes_B A$.

En el caso de un morfismo de anillos conmutativos $B \rightarrow A$, la categoría de comódulos $\mathcal{M}^{A \otimes_B A}$ es isomorfa a la categoría de datos de descenso (descent data) de la extensión [1, 8]. De hecho, en el caso general, la categoría $\mathcal{M}^{A \otimes_B A}$ es la categoría de datos de descenso, en el sentido no conmutativo según [22], y es posible demostrar un Teorema del Descenso Fielmente Plano no Conmutativo [1].

Cada cálculo diferencial sobre A definido por un álgebra diferencial graduada $(\Omega A, d)$ semi-libre (i.e., $\Omega^{n+1} A = \Omega^n A \otimes_A \Omega^1 A$) da lugar a un A -coanillo con un elemento “group-like”. Esta correspondencia entre cálculos diferenciales «clásicos» sobre A y coanillos con un group-like es biyectiva [24] (por ejemplo, los cálculos diferenciales correspondientes a los coanillos canónicos de Sweedler resultan ser los universales relativos [11]). Fijado un cálculo diferencial, las conexiones planas están en correspondencia biyectiva con los comódulos sobre el coanillo correspondiente [2].

Las estructuras entrelazantes, introducidas en [4] para dar una formulación de ciertos fibrados principales de espacios homogéneos no conmutativos, son configuradas también, según una observación de M. Takeuchi, por ciertos coanillos [1]. Los comódulos son, en este caso, módulos entrelazados.

Objetivos y Resultados. Si hubiéramos de resumir en una frase la idea fundamental motivadora del proyecto MTM2004-01406, ésta podría ser que merece la pena realizar una investigación sistemática de la estructura de la categoría de comódulos sobre un coanillo, puesto que todo logro en el conocimiento de esta estructura redundará, en vista de los hechos descritos, en avances en Teoría de Galois y Teoría del Descenso no Conmutativas, Geometría no Conmutativa expresada, por ejemplo, en términos de cálculos diferenciales y conexiones planas, así como fibrados principales provenientes de estructuras entrelazantes. Esquemáticamente, los objetivos concretos propuestos en la memoria, en lo que respecta a coanillos, fueron:

OBJETIVO 1. Formulación y desarrollo de una teoría satisfactoria de Morita-Takeuchi para coanillos.

OBJETIVO 2. Inicio de la clasificación de los coanillos de dimensión homológica 1.

OBJETIVO 3. Profundización en el conocimiento de los coanillos de Galois, a la luz de la noción fundamental de coanillo de comatrices.

OBJETIVO 4. Construcción de estructuras de coanillo sobre un álgebra no conmutativa para la clasificación de tipos especiales de representaciones.

Pasamos a describir los resultados más destacables en lo que va de ejecución del proyecto. Antes de [12] la noción de coanillo de Galois requería de la presencia de un grouplike, lo que impone condiciones de finitud a estos coanillos. Estas condiciones de finitud seguían presentes en [12] pero, en [13], conseguimos evitarlas, dando un nuevo concepto de coanillo de Galois cuya utilidad se mostró al obtener

una caracterización de los coanillos cuya categoría de comódulos tiene un conjunto de generadores proyectivos pequeños y, por tanto, es equivalente a una categoría de módulos sobre cierto anillo no unitario. Estos resultados iluminaron el camino de algunos avances en los objetivos 1 y 3: Concretamente, en [20] hemos generalizado drásticamente, mediante el uso de anillos firmes [23], los resultados fundamentales de [1, 12, 13, 8] sobre coanillos de Galois, Descenso Plano no Conmutativo y equivalencias entre categorías de módulos (firmes) y comódulos. Nuestra comprensión de estos resultados ha venido a perfeccionarse tras su formulación en el ámbito de las comónadas, lo que ha permitido, además, mejorar algunos de ellos [17]. Otra línea de expansión de las ideas formuladas en [12] ha sido «mover uniformemente» los coanillos considerados, mediante la construcción de ciertas bicategorías [3], donde los coanillos se relacionan mediante 1-celdas que vienen a significar, en la aproximación a la Geometría no Conmutativa propuesta en [21], donde ciertos coanillos aparecen como recubridores de espacios no conmutativos, cambios de recubridor.

El Objetivo 1 se completa con la tesis doctoral [26], dirigida por J. Gómez Torrecillas y cuya defensa está prevista para esta primavera (2007).

En el marco del Objetivo 3, en [10] obtenemos nuevos resultados sobre coanillos de Galois que permiten generalizar y mejorar el trabajo seminal [25]. Como aplicación, obtenemos una versión mejorada del teorema fundamental de [25] que, además, es aplicable a extensiones de anillos simples artinianos.

La consecución del Objetivo 4 debería enlazar productivamente nuestras ideas actuales con el estudio de los espectros primos de álgebras cuantizadas que desarrollábamos en [18], entre otros. Estamos aún en fase de ensayo de ideas, aunque mantenemos actividad con resultados en el estudio de estas álgebras (ver [6]).

Con respecto al Objetivo 2, tenemos algunos resultados básicos, que formarán parte de un trabajo en preparación, sobre el comportamiento de los coanillos hereditarios, además de desarrollar métodos de construcción de ejemplos. Estos resultados, con la ayuda probable de las técnicas cohomológicas desarrolladas en [15] deben poner las bases para la clasificación de algunas clases de coanillos hereditarios (dimensión homológica 1), como se propone el uno de los objetivos fundamentales del proyecto solicitado en 2006. Es de esperar que, una vez desentrañada la estructura de estas clases de coanillos hereditarios, las técnicas iniciadas en [12] dejen de tener rendimiento óptimo. Es por ello que, en el nuevo proyecto para 2008-2010, proponemos también, en colaboración con el profesor P. A. Guil (Murcia), la introducción de técnicas transcendentales que se han mostrado útiles en el estudio de categorías de módulos. En resumen, en el horizonte de 2010 deberíamos haber «cerrado», con resultados de clasificación, un estudio clásico de las categorías de comódulos, y abierto un campo nuevo de investigación de estas categorías mediante métodos que no están siendo considerados por nuestros competidores.

Referencias

- [1] T. Brzeziński. *The structure of corings. Induction functors, Maschke-type theorem, and Frobenius and Galois-type properties*. Alg. Rep. Theory, **5** (2002), 389-410.
- [2] T. Brzeziński. *Corings with a grouplike element*, Banach Center Publ. **61** (2003), 21-35.

- [3] T. Brzeziński, L. El Kaoutit, J. Gómez-Torrecillas. *The bicategories of corings* J. Pure Appl. Algebra **205**, 510-541.
- [4] T. Brzeziński, S. Majid. *Coalgebra bundles*, Comm. Math. Phys. **191** (1998), 467-492.
- [5] T. Brzeziński, R. Wisbauer. *Corings and Comodules*. LMS, vol. 309, Cambridge University Press, 2003.
- [6] J. L. Bueso, L. El Kaoutit, J. Gómez-Torrecillas, *Inégalité de Bernstein pour une localisation simple de l'espace symplectique quantique*, Comm. Algebra **34** (2006), 3615-3627.
- [7] J. L. Bueso, J. Gómez-Torrecillas, A. Verschoren. *Algorithmic Methods in Non Commutative Algebra. Applications to Quantum Groups*. Kluwer Acad. Publ., 2003.
- [8] S. Caenepeel, E. De Groot, J. Vercruysse, *Galois theory for comatrix corings: Descent theory, Morita theory, Frobenius and separability properties*. Trans. Amer. Math. Soc.
- [9] S. Caenepeel, G. Militaru, S. Zhu, *Frobenius and separable functors for generalized Hopf modules and nonlinear equations*, LNM vol 1787, Springer, 2002.
- [10] J. Cuadra, J. Gómez-Torrecillas, *Galois corings and a Jacobson-Bourbaki type correspondence*, J. Algebra **308** (2007), 178-198.
- [11] J. Cuntz, D. Quillen, *Algebra extensions and nonsingularity*, J. Amer. Math. Soc. **8** (1995), 251-289.
- [12] L. El Kaoutit, J. Gómez-Torrecillas, *Comatrix corings: Galois corings, descent theory, and a structure theorem for cosemisimple corings*, Math. Z. **244** (2003), 887-906.
- [13] L. El Kaoutit, J. Gómez-Torrecillas, *Infinite comatrix corings*, Int. Math. Res. Notices **39** (2004), 2017-2037.
- [14] L. El Kaoutit, J. Gómez-Torrecillas, F. J. Lobillo, *Semisimple corings*, Algebra Colloquium **11** (2004), 427-442
- [15] L. El Kaoutit, J. Vercruysse, *Cohomology for bicomodules. Separable and Maschke functors*, K-Theory, aceptado.
- [16] J. Gómez-Torrecillas, *Separable functors in corings*, Int. J. Math. Math. Sci. **30** (2002), 203-225.
- [17] J. Gómez-Torrecillas, *Comonads and Galois corings*, Appl. Categor. Struct. **14** (2006), 579-598.
- [18] J. Gómez-Torrecillas, L. El Kaoutit, *Prime and primitive ideals of a class of iterated skew polynomial rings*, J. Algebra **244** (2001), 186-216.
- [19] J. Gómez-Torrecillas, F. J. Lobillo, *Auslander-Regular and Cohen-Macaulay Quantum Groups*, Alg. Rep. Theory **7** (2004), 35-42.
- [20] J. Gómez-Torrecillas, J. Vercruysse, *Comatrix corings and Galois comodules over firm rings*, Alg. Rep. Theory, en prensa.
- [21] M. Kontsevich, A. L. Rosenberg, *Non-commutative smooth spaces*, in The Gelfand Mathematical Seminars, Birkhauser, 2000, pp. 85-108.
- [22] P. Nuss. *Noncommutative descent and non-Abelian cohomology*, K-Theory **12** (1997), 23-74.
- [23] D. Quillen, *Module theory over nonunital rings*, notas, 1997.
- [24] A. V. Roiter. *Matrix problems and representations of BOCS's*, LNM., vol. 831, Springer, 1980, pp. 288-324.
- [25] M. E. Sweedler, *The predual to the Jacobson-Bourbaki theorem*. Trans. Amer. Math. Soc. **213** (1975), 391-406.
- [26] M. Zarouali-Darkaoui. *Adjoint and Frobenius pairs and functors, equivalences and the Picard group for corings*, Tesis doctoral, Universidad de Granada, 2007.

Aplicaciones del álgebra a la geometría no conmutativa

MTM2004-08125

UNIVERSIDAD DE GRANADA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Josefa María García Hernández

Pascual Jara Martínez (IP)

José Javier López Peña

Luis M. Merino González

Gabriel Navarro Garulo

Evangelina Santos Aláez

1. Introducción

El presente proyecto es el cuarto de una serie:

- MTM2004-08125 [2005-2007]
Aplicaciones del álgebra a la geometría no conmutativa.
- DGI (BFM2001-2823) [2002-2004]
Álgebras y coálgebras. Geometría no conmutativa.
- DGESIC (PB97-0837) [1998-2001]
Álgebras, coálgebras y grupos cuánticos.
- DGICYT (PB94-0791) [1995-1997]
Geometría algebraica no conmutativa. Grupos cuánticos.

En esta serie de proyectos hemos tratado fundamentalmente aspectos geométricos del álgebra no conmutativa. En un principio el objeto fundamental de estudio fue la Geometría Algebraica no Conmutativa, siendo la herramienta utilizada para este estudio los anillos no conmutativos, y el objeto geométrico el espectro. A lo largo de nuestros trabajos hemos considerado varios posibles espectros para obtener diversas geometrías.

Este estudio tiene su punto culminante en las aplicaciones obtenidas sobre anillos noetherianos, en los que damos condiciones necesarias y suficientes para la existencia y construcción de espectros construidos a través de localizaciones clásicas.

Tras estos resultados iniciamos nuevas aplicaciones de la teoría desarrollada sobre anillos noetherianos. Obtuvimos que, en los casos comúnmente estudiados, los ideales primos que tienen suficiente información sobre el anillo o álgebra estudiada son ideales cofinitos. En estos ideales las técnicas de localización estudiadas se muestran útiles de forma que nos permiten desarrollar nuevas caracterizaciones de estas álgebras utilizando únicamente ideales cofinitos. Además para este tipo de ideales, y para anillos y álgebras adecuadas, los métodos computacionales permiten realizar un cálculo efectivo de forma que elementos como la dimensión homológica y otros invariantes pueden ser calculados. Esta teoría nos ha permitido desarrollar nuevas técnicas, fundamentalmente no conmutativas, que nos han permitido estudiar en detalle ciertos grupos cuánticos, principalmente los asociados al álgebra $sl(n, \mathbf{C})$ y sus deformaciones.

El uso de los ideales cofinitos, y el hecho de que estos contienen información suficiente sobre el álgebra, nos llevó a la idea de que su estudio era de interés. En realidad, en el caso de anillos noetherianos definen una teoría de torsión, uno de los temas clásicos de nuestra investigación. Por esta razón nos centramos en su estudio, y como consecuencia, a través de la dualidad de un álgebra y su coálgebra dual, en las coálgebra y sus comódulos.

En realidad nuestro tratamiento de las coálgebras consiste en verlas como una generalización natural de las álgebras finito-dimensionales intermedia entre éstas y las álgebras noetherianas. De forma natural las coálgebras nos conducirán a las álgebras de Hopf y por ende a la Geometría no Conmutativa.

2. Presentación de resultados

- [1] P. Jara, L. Merino, D. Llena, D. Stefan. Hereditary and Formally Smooth Coalgebras Algebras and Representation Theory 8 (2005), 363-374.
- [2] P. Jara, L. Merino, G. Navarro. On path coalgebras of quivers with relations. Colloq. Math. 102 (2005), 49-65.
- [3] P. Jara, L. M. Merino, G. Navarro, J. F. Ruiz. Localization in coalgebras. Stable localizations and path coalgebras. Comm. Algebra 34 (2006), 2843-2856
- [4] P. Jara, L. Merino and D. Stefan. Hilbert's Theorem 90 for Hopf Galois Extensions, Comm. Algebra 34 (2006), 4055-4064
- [5] P. Jara, D. Stefan. Cyclic homology of Hopf Galois extensions and Hopf algebras. Proc. London Math. Soc. 93 (2006), 138-174.
- [6] Gabriel Navarro Garulo. Representation theory of coalgebra. Applications. Tesis Doctoral. (2006) Director: Pascual Jara
- [7] P. Jara. Honest submodules. Czech. Math. Journal (por aparecer).
- [8] J. López, F. Panaite, F. van Oystaeyen. General twisting of algebras. Advances in Mathematics (por aparecer).
- [9] P. Jara, L. M. Merino and G. Navarro. Localization in tame and wild coalgebras. J. Pure Appl. Algebra (por aparecer).
- [10] David Llena Carrasco. Coálgebra. Álgebras de Hopf. Geometría diferencial no conmutativa. Tesis Doctoral. (2003). Director: Pascual Jara
- [11] P. Jara, D. Llena. Lie bracket of vector fields in noncommutative geometry. Czech. J. Physics Vol. 53 (9) (2003), 743-758.
- [12] Juan Francisco Ruiz Ruiz. Teoría de estructura de coálgebras Tesis Doctoral. (2003). Director: Luis M. Merino
- [13] R. M. Ibáñez Cobos, J. López Peña and G. Navarro. A note on generalized path algebras, 11 pages, 2006. preprint

- [14] J. López Peña, G. Navarro. On the classification and properties of noncommutative duplicates, 13 pages, 2006. <http://arxiv.org/abs/math.RA/0612188>
- [15] G. Navarro. Some remarks on localization in coalgebras, 23 páginas, 2006. <http://arxiv.org/abs/math.RA/0608425>
- [16] J. López Peña. Connections over twisted tensor products of algebras <http://arxiv.org/abs/math.QA/0610978>
- [17] P. Jara, J. López Peña, F. Panaite, F. van Oystaeyen. On iterated twisted tensor products of algebras. <http://arxiv.org/abs/math.QA/0511280>
- [18] P. Jara, L. Merino, J. F. Ruiz. Prime path coalgebras.
- [19] P. Jara. Nagata rings.

Los trabajos publicados hasta el presente tienen si origen en [1] y [10]. En estos se observa que las coálgebras, en particular las coálgebras hereditarias, son idóneas para estudiar grafos dirigidos, a través de álgebras y coálgebras de caminos, y por extensión Geometría no Conmutativa. En una primera interpretación de la Geometría no Conmutativa se consideran los puntos relacionados entre sí mediante ciertos enlaces; esto no es más que una generalización de los desarrollos obtenidos sobre el espectro de anillos noetherianos y los enlaces o “*links*” entre ideales primos.

Como consecuencia, para determinar si estructura, es natural estudiar los tipos de representación de coálgebras, tal y como se realiza en [2], [3], [6], [9], [13] y [15].

Otro aspecto, esta vez relativo a la estructura “aritmética” de la coálgebra, es estudiado en [12], que sirve de base para el trabajo [3] y otro aún no publicado [18].

La teoría ampliada a álgebras de Hopf y sus invariantes homológicos son estudiados en [4] y [5]. Aquí pasamos a considerar un álgebra como el anillo de funciones sobre una variedad y surge el problema de representar los diversos invariantes geométricos. Un problema fundamental es la construcción de nuevas álgebras que representen construcciones geométricas elementales y que sean las más sencillas a partir de las cuales construir, si ello es posible, todas. Nos fijamos en que el producto de dos variedades se corresponde con el producto tensor de álgebra, y que cuando introducimos elementos no conmutativos, aparece de forma natural el producto “*twist*” de álgebras; este método de construcción, junto con álgebras de estructura conocida será la herramienta utilizada para realizar nuestro estudio. La construcción “*twist*” ha sido, y es, muy estudiada en la literatura; en [17], [16], [8] y [14] nosotros nos centramos en los invariantes homológicos y geométricos, como conexiones. Ver también [10] para la introducción de conexiones y [11] para el tratamiento de campos vectoriales.

Quedan aún por citar dos trabajos sobre temas más clásicos de nuestra investigación. En [7] se estudian operadores clausura sobre retículos, y en [19], partiendo de operadores sobre retículos, se llega, en el caso conmutativo, a reducir el estudio de la localización en una teoría de torsión hereditaria a una localización clásica en un conjunto multiplicativo. Este hecho creemos que tendrá consecuencias interesantes en el estudio de anillos conmutativos y la teoría multiplicativa de ideales, principalmente dominios de Krull, Prüfer y sus generalizaciones, con posibles aplicaciones en

el caso no conmutativo.

3. Alusión al proyecto de la convocatoria 2007

El proyecto presentado en esta convocatoria se centra, entre otros, en los siguientes puntos:

- (a) hacer un estudio más exhaustivo de los productos “*twist*” de álgebras y sus aplicaciones,
- (b) profundizar en la estructura de álgebras y coálgebras de caminos y sus representaciones y
- (c) trabajar en la teoría conmutativa, antes mencionada y sus aplicaciones a la teoría multiplicativa de ideales.

En él hemos incluido un nuevo componente, que desde hace años mantiene un estrecho contacto con los miembros del equipo, el profesor Dragos Stefan de la Universidad de Bucarest (Rumanía).

4. Comentarios adicionales

En los proyectos citados al inicio de este resumen se han formado un cierto número de nuevos doctores en los últimos años, y aún hoy nuevos estudiantes están realizando o iniciando sus tesis doctorales dentro del grupo.

El esfuerzo dedicado a esta formación no es baldío, como se desprende del trabajo que estos alumnos realizan, pero sí es grande, sobre todo para un grupo como el nuestro, el esfuerzo que se hace para desarrollar esta formación y para llevar a estos nuevos investigadores a un nivel a partir del cual puedan trabajar y producir de forma autónoma.

- (i) Joaquín Jódar Reyes. Anillos noetherianos. Dualidad. (2001). Director: P. Jara
- (ii) David Llena Carrasco. Coálgebra. Álgebras de Hopf. Geometría diferencial no conmutativa. (2003). Director: P. Jara
- (iii) Juan Francisco Ruiz Ruiz. Teoría de estructura de coálgebras. (2003). Director: Luis M. Merino
- (iv) Gabriel Navarro Garulo. Representation theory of coalgebra. Applications. (2006). Director: P. Jara
- (v) J. López Peña. Factorization structures. A cartesian product for noncommutative geometry. (Previsto 2007). Director: P. Jara
- (vi) Óscar Cortadellas. Director: P. Jara
- (vii) K. Y. Alhribat Iyad. Director: P. Jara

**Métodos constructivos en anillos
de operadores diferenciales y aplicaciones**
MTM2004-01165
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Emmanuel Briand
Francisco Jesús Castro Jiménez (IP)
María Cruz Fernández Fernández
Jesús Gago Vargas
María Isabel Hartillo Hermoso
Mercedes Rosas Celis
José María Ucha Enríquez

1. Temática, objetivos y financiación

El proyecto presenta una aplicación de métodos de álgebra computacional (conmutativa y no conmutativa) a la teoría de los \mathcal{D} -módulos (i.e. a la teoría algebraico-geométrica de los sistemas de ecuaciones en derivadas parciales lineales). Las cuatro líneas concretas de trabajo son:

- I. Irregularidad de \mathcal{D} -módulos, con especial atención al caso de los módulos hipergeométricos.
- II. Clasificación efectiva de módulos proyectivos sobre anillos y en especial sobre anillos de operadores diferenciales.
- III. Dualidad en \mathcal{D} -módulos, \mathcal{D} -módulos logarítmicos y teoremas de comparación logarítmica.
- IV. Conexiones meromorfas respecto a divisores con cruzamientos normales.

Esencialmente las mismas líneas conformaban el proyecto anterior BFM2001-3164. La línea 3 comparte objetivos con el proyecto MTM2004-07203-C02-01 (IP L. Narváez).

M.C. Fernández disfruta de una beca FPU y se incorporó al proyecto el 01-06-2006. En este momento continúa la realización de su tesis doctoral sobre \mathcal{D} -módulos hipergeométricos. E. Briand es investigador Juan de la Cierva y M. Rosas es investigadora Ramón y Cajal; ambos investigadores, incorporados al proyecto el 01-07-2006, son especialistas en Combinatoria Algebraica. La nueva línea de investigación abierta es muy prometedora por la utilización que hace de técnicas y herramientas del álgebra no conmutativa (especialmente módulos sobre el álgebra de Weyl).

El tratamiento computacional de los problemas que nos planteamos en el proyecto necesita de ordenadores de medio-alto rendimiento. Con fondos del proyecto se ha adquirido una estación de trabajo AMD-64 opteron 252-64 bit, 2,6 Ghz, RAM 8Gb. Además usaremos la estación Sun V240/Sun Blade 1600 (8 blades x 2 m.p.) (acción coordinada de la Junta de Andalucía ACC-758-FQM2002). Hemos tomado contacto con el centro de super-computación de Cataluña (CESCA) para usar sus infraestructuras en la resolución de algunos de nuestros problemas de cálculo.

Para mantener la estación AMD-64 y para ayudar al equipo con la programación y preparación de baterías de ejemplos en *Macaulay* y *Singular* (entre otros) se ha contratado, con fondos del proyecto, a J. Martín Morales (del 20-06-2005 al 19-06-2006; renuncia el 01-01-2006), a D. Díaz Pernil (20-05-2006 al 30-09-2006; renuncia el 24-09-2006) y a Sebastián López Cano (del 01-03-2007 al 14-12-2007). La participación de J. Martín ha dado lugar además a un trabajo de investigación conjunta con miembros del equipo [12]. Además la librería *Dmods* de *Singular* ha sido parcialmente programada y verificada en esta máquina.

La financiación del proyecto ha sido de 62.100 euros (personal: 17.200 euros; Gastos ejecución: 36.800 euros; costes indirectos: 8.100 euros).

2. Principales resultados obtenidos. Referencias

Adjuntamos las referencias de los trabajos publicados en revistas con resultados relativos a alguna de las líneas de investigación del proyecto. Hemos añadido también una referencia por aparecer ([5]) y tres referencias en las que M. Rosas es coautora ([2], [3], [15]).

Además se han realizado 8 comunicaciones en congresos nacionales y 11 en congresos internacionales (dos de ellas han sido conferencias plenarias).

Se está dirigiendo una tesis doctoral (doctorando: M. C. Fernández, becaria FPU, MEC).

Referencias

- [1] Álvarez-Montaner, J., Castro-Jiménez, F.J., Ucha-Enríquez, J.M. Localization at hyperplane arrangements: combinatorics and D-modules, *J. Algebra*, available on-line 28 Dec 2006; <http://dx.doi.org/10.1016/j.jalgebra.2006.12.006>
- [2] Bergeron, F., Biagioli, R., Rosas Celis, M. Inequalities Between Littlewood-Richardson Coefficients, *Journal of Combinatorial Theory. Series a*. Vol. 113. Num. 4. 2006. Pag. 567–590.
- [3] Bergeron, N. Hohlweg, Ch., Rosas Celis, M., Zabrocki, M. Grothendieck Bialgebras, Partition Lattice Algebras and the Symmetric Functions in Noncommuting Variables, *Electronic Journal of Combinatorics*. Vol. 13. Num. 1. 2006. http://www.combinatorics.org/Volume_13/v13i1toc.html#end
- [4] Castro-Jiménez, F.J., Granger, J.M. Explicit calculations in rings of differential operators. *Séminaires et Congrès 8*, Soc. Math. France, Paris, (2004), 89–128. ISBN : 2-85629-151-1, ISSN : 1285-2783.
- [5] Castro-Jiménez, F.J., Granger, J.M. “A Flatness Property for Filtered D-modules”, *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* Por aparecer en 2007.

- [6] Castro-Jiménez, F.J., Ucha-Enríquez, J.M. Quasi-free divisors and duality, C. R. Sci. Paris, Ser. I (A), vol. 338, (2004), pp. 461-466.
- [7] Castro-Jiménez, F.J., Ucha-Enríquez, J.M. Testing the Logarithmic Comparison Theorem for Spencer free divisors, Experimental Mathematics, 13(4), (2004), pp. 441-449.
- [8] Castro-Jiménez, F.J., Ucha-Enríquez, J.M. Logarithmic Comparison Theorem and some Euler homogeneous free divisors, Proc. of the AMS, 133, (2005), pp. 1417-1422.
- [9] Castro-Jiménez, F.J., Ucha-Enríquez, J.M. Groebner bases and logarithmic \mathcal{D} -modules, J. Symbolic Comput., vol. 41(3-4), (2006), pp. 317-335.
- [10] Gago-Vargas, J., Hartillo-Hermoso, I., Ucha-Enríquez, J.M., Comparison of theoretical complexities of two methods for computing annihilating ideals of polynomials, J. Symbolic Comput., vol. 40(3), (2005), pp. 1076-1086.
- [11] Gago-Vargas, J., Hartillo-Hermoso, I., Ucha-Enríquez, J.M. Nouvelle cuisine for the computation of the annihilating ideal of f^s , Lecture Notes in Computer Science, vol. 3718, pp. 162-173.
- [12] Gago-Vargas, J., Hartillo-Hermoso, I., Martín-Morales, J., Ucha-Enríquez, J.M., Sudokus and Groebner bases: not only a divertimento, Lecture Notes in Computer Science, vol. 4194, pp. 155-165.
- [13] Gago-Vargas, J., Hartillo-Hermoso, I., Ucha-Enríquez, J.M., Algorithmic Invariants for Alexander Modules, Lecture Notes in Computer Science, vol. 4194, pp. 149-154.
- [14] Hartillo, M.I. Irregular hypergeometric systems associated with a singular monomial curve. Trans. Amer. Math. Soc., vol. 357 (11), (2005), pp.4633-4646.
- [15] Rosas Celis, M., Sagan, B. Symmetric Functions in Noncommuting Variables, Trans. of the Amer. Math. Soc. Vol. 358 (1), (2006), pp. 215-232.
- [16] Ucha, J.M., Castro-Jiménez, F.J. On the computation of Bernstein-Sato ideals, J. Symbolic Comput. vol. 37(5), (2004), pp. 629-639.

3. Proyecto 2007

En el nuevo Proyecto solicitado hemos ampliado el alcance de las líneas y objetivos de investigación. Manteniendo el estudio de los \mathcal{D} -módulos logarítmicos y de la irregularidad de los sistemas hipergeométricos, hemos añadido un objetivo en Combinatoria Algebraica (Invariantes del grupo simétrico en el algebra de Weyl y Resoluciones libres de módulos de De Concini-Procesi) y otro dentro de las aplicaciones del álgebra computacional a la programación no lineal entera.

Hemos considerado razonable y más realista no incluir los objetivos relacionados con la clasificación de los módulos proyectivos sobre anillos de operadores diferenciales ni los relacionados con las conexiones meromorfas a pesar de que en ambas líneas de investigación miembros del equipo han obtenido resultados relevantes hasta el año 2004 e incluso después [5]. Además en estas dos líneas han trabajado en éste y en el proyecto anterior M.A. Moreno Frías (U. de Cádiz) que no forma parte del equipo del MTM2004-01165, Sara Arias de Reyna (actualmente becaria FPU en la U. de Barcelona) y J. Martín Morales (actualmente becario de investigación en la U. de Zaragoza). Al proyecto solicitado en 2006 se han incorporado los Profesores Nobuki Takayama (Universidad de Kobe; que contribuirá al estudio de los módulos hipergeométricos) y Michel Granger (Universidad de Angers, Francia; que contribuirá en el estudio de los módulos logarítmicos).

4. Comentarios finales

Se ha invitado, durante el período de vigencia del Proyecto y hasta la fecha, a diversos investigadores españoles y extranjeros a exponer sus resultados recientes relacionados con la investigación realizada por los miembros del Proyecto, en el marco del Seminario organizado por el Departamento de Algebra (US). Además los miembros del equipo han realizado visitas a otros centros (en particular: U. de Génova; ENS, París; RIMS, Kioto y U. de Kobe, Japón; RISC, Linz, Austria).

J. Gago, M.I. Hartillo, J.M. Ucha y el IP forman parte del equipo de investigación del proyecto de excelencia de la Junta de Andalucía P06-FQM-01366 (*Desafíos de la matemática combinatoria: Algoritmos y Aplicaciones*) cuyo responsable es el Prof. J. Puerto Albandoz. Esto justifica la dedicación del equipo a la línea de investigación sobre métodos de álgebra computacional en programación no lineal entera.

El IP participó en la primera reunión de la *Plataforma Computing* (i-math, consolidar mathematica) en la Universidad de Barcelona en Noviembre de 2006. El equipo tiene la intención de colaborar y participar en todas las actividades desarrolladas dentro de esta plataforma y relacionadas con las aplicaciones del álgebra computacional, sin perjuicio de su participación en otras propuestas que pudieran interesar de las organizadas en el marco de otras plataformas.

M.C. Fernández, J.M. Ucha y F.J. Castro han sido miembros del Comité Organizador del X ENCUENTRO DE ÁLGEBRA COMPUTACIONAL Y APLICACIONES (EACA2006), celebrado en Sevilla del 7 al 9 de septiembre de 2006.

El IP es co-editor invitado (junto con el Prof. L. González-Vega) de un número especial de la revista *Journal of Symbolic Computation* en el que se publicarán una selección de los trabajos presentados al EACA2006.

**Geometría Algebraica de las Singularidades,
Combinatoria y Computación**
MTM2004-00958
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

MIEMBROS DEL EQUIPO

Antonio Campillo López
Félix Delgado de la Mata
Guillermo Cortiñas
Carlos Munuera Gómez
José Ignacio Farrán Martín
Argimiro Arratia Quesada
Edgar Martínez Moro
Francisco Monserrat Delpalillo
Ana Núñez Jiménez
Carlos Marijuán López
Fernando Hernando
Julio Moyano
Eugenia Ellis (Univ. de Valladolid)
Carlos Galindo Pastor (Univ. Jaime I de Castellón)
Julio Castellanos Peñuela (Univ. Complutense)
Evelia García Barroso
M. de León (Univ. de La Laguna)
María Jesús Pisabarro Manteca (Univ. de León)
Mustapha Lahyane (Univ. de Valladolid, CIMAT)
Diego Ruano (Univ. de Valladolid, Kaiserslautern Technical Univ.)
Ann Lemahieu (Kuleuven Lovaina, Kaiserslautern Technical Univ.)
Sabir Gussein Zade (Moscow State Univ.)
Bernard Teissier (Institut Mathématique de Jussieu)
Fernando Torres Orihuela (Unicamp, Campinas)

1. Direcciones y objetivos de investigación

- A. Espacios de arcos, exponentes de Puiseux, integración motivada.
- B. Valoraciones, filtraciones, semigrupos, integración, series de Poincaré.
- C. Ideales completos, conos de curvas, contracciones, interpolación.
- D. Polaridad, lugares críticos, discriminantes.
- E. Álgebra local y afín, métodos geométricos y homológicos, geometría no conmutativa.
- F. Codificación, métodos geométricos y combinatorios.
- G. Computación, implementación, comunicación.
- H. Combinatoria, optimización, algoritmos.

2. Otros proyectos desarrollados, complementarios a MTM2004-00958

- 1) Singularities: Topology, Arithmetics and Computation. V Programa Marco. Marie Curie HD. 2002 a 2005. Investigador Principal: A.Campillo.

- 2) Singularities; Bifurcations and Monodromy. VI Programa Marco. INTAS. Investigador Principal: D. Siersma (Utrecht). Nodo español: A. Campillo.
- 3) K-theory, non-commutative geometry, homology theories, homotopy theory, operator and normed algebras. VI Programa Marco. INTAS. Investigador Principal: R. Nest (Copenhagen). Nodo español: G.Cortiñas.
- 4) Computational algebra algorithms in coding theory and combinatorial design theory. Barcelona Supercomputing Center. Responsible: E. Martínez-Moro.

3. Resultados. Selección de publicaciones

1. A. Campillo, F. Delgado, S. Gusein-Zade. “Poincaré series of rational surface singularities”. *Invent. Math.* 155, 41-53 (2004).
2. E. Martínez-Moro. “A generalization of Niederreiter-Xing’s propagation rule and its commutativity with duality”. *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol 50, 701-702 (2004).
3. C. Galindo, F. Monserrat, “The cone of curves associated to a Plane Configuration”. *Comment. Math. Helvetici* 80, 75-93 (2005).
4. A. Campillo, F. Delgado, S.M. Gusein-Zade. “Poincaré series of curves on rational surface singularities”. *Comment. Math. Helvetici.* 80, 95-102. (2005).
5. E. García-Barroso, P.D.González-Pérez. “Decomposition in bunches of the critical locus of a quasiordinary map”. *Compositio Math.* 141, 461-486. (2005).
6. G. Cortiñas. “The obstruction to excision in K-theory and in cyclic homology”. *Invent. Math.* 454 (2006)
7. C. Carvalho, C. Munuera, E. Silva, F. Torres. “Near orders and codes”. To appear in *IEEE Trans. Inform. Theory*.
8. C. Munuera, “Steganography and error-correcting codes”. *Signal Processing* 87 (2007), pp. 1528-1533.
9. A. Campillo, G.M. Greuel, Ch. Lossen. “Equisingular Calculations of Plane Curve Singularities”. *J. Symb. Comp.* 42, 1-2, 89-114 (2007).
10. C. Galindo, F. Monserrat. “Algebraic Integrability of foliations of the plane”. *J. Diff. Eq.*
11. G. Cortiñas, C. Haesemeyer, M. Schlichting, C. Weibel. “Cyclic homology, cdh-cohomology and negative K-theory”. *Annals of Math.*
12. G. Cortiñas, C. Haesemeyer, C. Weibel. “K-regularity, cdh-fibrant Hochschild homology, and a conjecture of Vorst”. *Journal of the AMS.*
13. G. Cortiñas, A. Thom. “Bivariant algebraic K-theory”. *J. Reine Angew. Math.*
14. A. Campillo, G.M. Greuel, Ch. Lossen. “Equisingular deformations of plane curves in arbitrary characteristic”. *Compositio Math.*
15. A. Campillo, J. Castellanos. “Curve Singularities. An algebraic-geometric approach”. *Actualités Mathématiques. Herrmann. Paris* (2005).

4. Publicaciones por direcciones de investigación

La web del Grupo muestra las publicaciones del Grupo. Desde 2004 las publicaciones realizadas por el equipo según direcciones A-G de investigación programadas son las siguientes: A=10, B=9, C=11, D=10, E=7, F=15, G=11, H=7. Total= 80.

5. Organización de actividades científicas

El Grupo ha organizado las siguientes Escuelas, Encuentros y Seminarios científicos. En los últimos tres años se han organizado las siguientes:

1. Seminario de Geometría Algebraica y Singularidades (GAS). Semanal desde septiembre 2004. Más de 160 exposiciones.
2. Thematic Seminar on Algebraic Geometry, Coding and Computing. Segovia, 8-9 de octubre de 2007.
3. Thematic Seminar on Singularties, Computing and Visulatization. Segovia, 26-27 de marzo de 2007.
4. YMIS 07. Third Meeting for young mathematicians in Sedano (Burgos), 19-24 marzo de 2007.
5. Sedano Winter School on K-Theory. Sedano (Burgos), 22-27 de enero de 2007.
6. International Congress on K-Theory and non-commutative geometry (VASBI). Satélite del ICM'06. Valladolid, 1-6 de septiembre de 2006.
7. YMIS 06. Second Meeting for young mathematicians in Sedano (Burgos), 27 a 31 de marzo de 2006.
8. Jornadas sobre Singularidades. La Palma. 11-12 de noviembre de 2005.
9. YMIS 05. First Meeting for young mathematicians in Sedano (Burgos). 21 a 25 de febrero de 2005.
10. Sesión Especial Congreso MAT.ES Lógica en Computación
11. Workshop on Singularities, Proyecto Marie Curie, UVA. Valladolid. Sedano (Burgos), 21-23 de Junio de 2004.

También se ha contribuido a la organización de los siguientes:

12. Internacional Workshop on Zeta Functions in Algebra and Geometry. Segovia 25-29 de junio de 2007.
13. Seminario de Geometría Tórica III. Jarandilla de la Vera, 10-13 de febrero de 2007.
14. Algebraic Geometry. Congreso Satélite del ICM. Segovia. 16-19 de Agosto de 2006.
15. Escuela Biomat. Granada. 6-17 de Junio de 2005.
16. Sesión Especial Singularidades en Congreso MAT.ES.

El Grupo considera como una de sus actividades principales, en particular los participativos YMIS, encuentros de jóvenes investigadores, cuyas ediciones se han desarrollado en 2005, 2006 y 2007 organizadas por los investigadores jóvenes de grupo. Las actividades 2,3,4,5 así como 12,13 han recibido el apoyo solicitado del Proyecto Consolider i-math.

6. Tesis doctorales

1. Diego Ruano Benito. Directores: Antonio Campillo, José Ignacio Farrán (Universidad de Valladolid). Universidad de Valladolid. 2/2007.
2. Ann Lemahieu. Directores: Antonio Campillo (Universidad de Valladolid), Wim Veys (Universidad Católica de Lovaina). 3/2007. Universidad Católica de Lovaina.
Lecturas previstas para 2007:
3. Fernando Hernando Carrillo. Director: Félix Delgado. Universidad de Valladolid.
4. Julio Moyano Fernández. Director: Félix Delgado. Universidad de Valladolid.

7. Novedades de la solicitud de 2007

1. El equipo es prácticamente el mismo con alguna variación.
2. Se ha solicitado un Proyecto de 5 años.
3. Se amplían las expectativas de investigación. Las direcciones de investigación programadas son las siguientes:
 - a) Topología de las singularidades.
 - b) Álgebra de las singularidades.
 - c) Geometría de las singularidades.
 - d) Combinatoria y singularidades.
 - e) Computación y singularidades.
 - f) Aritmética y singularidades.
 - g) Clasificación de singularidades.
 - h) Sistemas lineales de curvas proyectivas planas singulares.
 - i) Equisingularidad de curvas en característica positiva.
 - j) Conos de curvas, conos característicos.
 - k) Geometría de campos vectoriales meromorfos.
 - l) Geometría no conmutativa.
 - m) Geometría no conmutativa computacional.
 - n) Curvas y foliaciones singulares sobre cuerpos finitos.
 - o) Códigos álgebra-geométricos.
 - p) Técnicas métricas, combinatorias y computacionales, especialmente.
 - q) Pesos generalizados, diseños y aplicaciones en teoría de la información.
 - r) Modelos geométricos para la eficacia de la transmisión y para compartir secretos.
 - s) Desarrollo de algoritmos y librerías computacionales en Singular para la codificación.
 - t) Aproximaciones semánticas y sintácticas a lógicas que capturan clases de complejidad computacional.
 - u) Complejidad de problemas computacionales en teoría de la información.
 - v) Modelización basada en teoría de la información de problemas biológicos, biotécnicos o biométricos.

**Singularidades de variedades y de sistemas
diferenciales algebraicos o analíticos.
Aplicaciones e interacciones con otros campos**
MTM2004-07203-C02-01
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Francisco Javier Calderón Moreno
Magdalena Fernández Lebrón
Irene García Selfa
Juan González-Meneses López
Félix Gudiel Rodríguez
Francisco Javier Herrera Govantes
Alberto Mínguez Espallargas
Luis Narváez Macarro (IP)
Miguel Ángel Olalla Acosta
Beatriz Rodríguez González
Antonio Rojas León
Manuel Jesús Soto Prieto
José María Tornero Sánchez
José Luis Vicente Córdoba

Información general del Proyecto

Este proyecto se enmarca en el campo de la Geometría Algebraica, entendida en su sentido más amplio. Una de las características que mejor definen a la Geometría Algebraica es su papel unificador en el ámbito de la propia Geometría, del Álgebra, de la Teoría de Números (Geometría Aritmética) y de la Teoría de Funciones de varias variables complejas. Esta cualidad ha permitido a la Geometría Algebraica:

1) Imbricarse con otras disciplinas centrales de la Matemática contemporánea, como la Topología Algebraica (métodos cohomológicos/simpliciales, K-Teoría, topología de variedades de dimensión baja), la Teoría de Representaciones de Grupos y de Álgebras de Lie (módulos de Verma, representaciones galoisianas, programa de Langlands), las Ecuaciones Diferenciales (Teoría de D-módulos, Análisis microlocal, Foliaciones, Sistemas Dinámicos) o la Matemática Discreta (diccionario continuo-discreto, Combinatoria y Enumeración) entre otras.

2) Participar activamente en la construcción de nuevos y prometedores desarrollos, como la Geometría no Conmutativa o la Unificación de Campos (supersimetría, cuantización, supercuerdas y D-branas).

3) Desarrollar métodos efectivos de cálculo exacto y de sus aplicaciones a la Codificación, la Criptografía, la Robótica, la Visualización, el Diseño Geométrico, etc.

Nuestro proyecto, al igual que los 5 proyectos que le han precedido desde el año 1991, trata de aprovechar el amplio horizonte científico que nos ofrece la Geometría Algebraica y, en la medida de nuestras posibilidades, contribuir a su desarrollo.

Objetivos

Nuestra aproximación a la Geometría Algebraica se realiza a través de la llamada Teoría de Singularidades y nuestros objetivos científicos se reparten en las siguientes

rúbricas:

- (1) Singularidades de D-módulos y teorías cohomológicas de variedades
 - (1.1) D-módulos logarítmicos y singularidades de hipersuperficies
 - (1.2) Haces perversos
 - (1.3) Teorías cohomológicas generalizadas
- (2) Álgebra, combinatoria y topología de las singularidades
 - (2.1) Resolución de ecuaciones algebraicas o analíticas: geometría y combinatoria
 - (2.2) Valoraciones
 - (2.3) Teoría combinatoria de grupos y topología de variedades en dimensión baja
- (3) Aplicaciones e interacciones con otros campos
 - (3.1) Curvas elípticas
 - (3.2) Sumas exponenciales
 - (3.3) Representaciones de grupos.

En el punto (1.1) nuestro objetivo último es comprender la relación entre los complejos de de Rham logarítmicos y meromorfos (o racionales) con polos a lo largo de hipersuperficies singulares, así como la relación que surge con los polinomios de Bernstein-Sato. Nuestra herramienta básica es la Teoría de D-módulos. Asimismo también nos planteamos el estudio de las derivaciones de Hasse-Schmidt en el caso de característica positiva y de los operadores diferenciales p -ádicos de orden infinito.

En el punto (1.2) tratamos de dar modelos o representaciones explícitas de los haces perversos ligados a configuraciones geométricas dadas de antemano. También tratamos de dar explícitamente los sistemas de EDP lineales que llevan asociados a través de la correspondencia de Riemann-Hilbert.

En el punto (1.3) tratamos de dar unos axiomas para las “categorías de descenso simplicial” como desarrollo del punto de vista “cúbico” de Guillén-Navarro, así como probar que las diversas categorías (no necesariamente aditivas) donde toman valores las distintas teorías cohomológicas sobre la categoría de las variedades algebraicas verifican dichos axiomas. Con ello tratamos de unificar las construcciones conocidas y obtener nuevas aplicaciones.

En el punto (2.1) nos marcamos dos objetivos principales: a) Entender la estructura puramente combinatoria que yace bajo el teorema de Jung-Abhyankar. b) Completar el estudio de las singularidades de superficies y su evolución en el proceso de resolución. Dar cotas globales del proceso a partir de datos combinatorios y estudiar el lugar equimúltiple de singularidades de dimensión tres.

En el punto (2.2) el propósito de nuestro trabajo es dar una descripción sistemática de todas las extensiones de una valoración centrada en un anillo local al completado formal, quizá cociente con algún ideal. Por otro lado, continuando con los resultados obtenidos en las tesis de F.J. Herrera Govantes y M.A. Olalla Acosta, estamos interesados en describir de manera explícita todas las valoraciones discretas centradas en anillos de series de potencias.

En el punto (2.3) el objetivo último es dar un algoritmo polinomial para el problema de la conjugación en los grupos de trenzas. Para ello, en [3] damos una lista de objetivos parciales cuya resolución conlleva la consecución del objetivo principal.

Entre ellos, señalamos el siguiente: dada una trenza pseudo-Anosov, se sabe que su centralizador es un grupo abeliano libre de rango 2. Hallar un algoritmo polinomial para calcular dos generadores de este grupo.

En el punto (3.1) el objetivo principal es caracterizar los posibles grupos de torsión racional de una curva elíptica, así como su ampliación al caso de cuerpos de números y descifrar la relación entre dichos grupos de torsión y los grupos de Galois asociados.

En el punto (3.2) nos planteamos el estudio de distintos tipos de sumas mediante métodos cohomológicos para obtener resultados de acotación y equidistribución. Dicho estudio está íntimamente ligado a la geometría de variedades algebraicas definidas sobre cuerpos finitos, y más concretamente al tipo de sus singularidades.

En el punto (3.3) intentamos comprender mejor la correspondencia theta, que establece una relación precisa entre la teoría de representaciones de grupos p -ádicos y las formas automorfas. En particular nos planteamos estudiar su comportamiento modulo l ($l \in \mathbb{Z}$) ya que, por razones aritméticas, es importante comprender las representaciones de grupos p -ádicos modulo l .

Equipo

El equipo del proyecto como tal se ha ido formando en el periodo 1980-2004. El Profesor Vicente Córdoba, como especialista en Resolución de Singularidades y en Valoraciones, ha sido el director de las tesis de los profesores Herrera (1982), Olalla (1999), Tornero (2001) y Soto (2002). En 1984 el equipo se enriquece con la inclusión de una nueva línea de investigación: los D-módulos, y más generalmente las estructuras diferenciales, a través de la tesis del IP, que a su vez dirige las tesis de los Profesores Calderón (1997), Gudiel (2001) y Fernández Lebrón (2002). Entre tanto el equipo se abre a la Teoría Combinatoria de Grupos con la tesis del Profesor González-Meneses bajo la dirección de L. Paris (Dijon, 2000), a las Sumas Exponenciales con la tesis de Rojas bajo la dirección de N. Katz (Princeton, 2004), a las Representaciones de Grupos y al Programa de Langlands con la tesis de Mínguez bajo la dirección de G. Henniart (Orsay, 2006), y en la actualidad a los métodos simpliciales y de descenso cohomológico con la tesis en curso de realización de Rodríguez González bajo la dirección del IP y de V. Navarro de la Universidad de Barcelona.

La variedad de temas y la formación complementaria de los miembros dotan al proyecto de un horizonte científico relativamente amplio, acorde con la propia esencia de la Geometría Algebraica de nuestros días.

Financiación

Hemos tenido financiación ininterrumpida a través de 5 proyectos de I+D desde 1992. Hemos participado como nodo en un contrato europeo (1993-97). Tenemos financiación ininterrumpida a través de un grupo de investigación del Plan Andaluz de Investigación desde 1995. Hemos dirigido Acciones Integradas con Portugal, Francia (2) y Austria. Hemos obtenido diversas Acciones Complementarias para la organización de escuelas (1) y congresos (2).

Resultados obtenidos

(1.1): En [5,6] hemos obtenido teoremas de dualidad para los complejos de de Rham logarítmicos asociados a divisores libres que generalizan el caso de los cruzamientos normales y que proporcionan criterios para que se verifique el teorema de comparación logarítmico (TCL). Dichos criterios se han utilizado para dar una prueba del TCL para conexiones integrables respecto de divisores cuyo jacobiano es de tipo lineal [8], así como para calcular explícitamente el SEDP lineales que corresponde a ciertos complejos de intersección en el caso de curvas planas casi-homogéneas [7]. También hemos aplicado resultados previos sobre las derivaciones de Hasse-Schmidt al control de cuerpos de coeficientes por extensión de escalares [9].

(1.2): Hemos generalizado resultados previos al caso de espacios topológicos estratificados con un número arbitrario de estratos [15].

(1.3): Este tema ocupa el trabajo de tesis de la becaria B. Rodríguez González. El punto de partida consiste en desarrollar convenientemente la construcción del “cono” y del “cilindro” de objetos simpliciales. Algunos resultados preliminares se encuentran en [21].

(2.1): En relación al punto a), hemos desarrollado un método de resolución de ecuaciones extremadamente simple: se elige una variable independiente, se resuelve la ecuación correspondiente en dos variables y se intenta caracterizar el dominio de exponentes de las otras variables. Este objetivo ha sido plenamente cumplido en nuestros trabajos [26,28]. La técnica utilizada ha sido el diagrama de Newton clásico para una ecuación en una variable independiente y otra dependiente, más una técnica de recurrencia “a la Hironaka” para probar que nuestro resultado es cierto. Este resultado dice, esencialmente, que, aplicando esta técnica previa de ordenación de las variables, se obtiene que los exponentes de las soluciones van a unos cierto subconjuntos muy sencillos del cono lex-positivo de \mathbb{Z}^n , llamados \mathcal{S} -conos. En lo que se refiere a b), en [20] hemos descrito la evolución por explosiones del lugar equimúltiple de superficies en característica arbitraria, y en [19] hacemos un estudio preliminar del polígono de Newton como herramienta de control del proceso.

(2.2): En [17] se utilizan técnicas de MacLane para describir todas las valoraciones que prolongan a una dada en una extensión algebraica de cuerpos. En [16] se usan técnicas de Zariski para llevar cada valoración discreta sobre un cuerpo de series de potencias a una que sea lo “más parecida posible” a una función de orden.

(2.3): En [3] damos una descripción general de nuestra estrategia para alcanzar nuestro objetivo último. Básicamente, atacamos el problema de la conjugación de tres formas distintas, dependiendo de la clasificación geométrica de las trenzas estudiadas, que pueden ser reducibles, periódicas o pseudo-Anosov. En este primer artículo, se definen las llamadas trenzas rígidas y se demuestra que, en el caso pseudo-Anosov, el problema se reduce a este tipo de trenzas más sencillo. En [2], se estudia la estructura del *ultra summit set* (USS), un conjunto que se define para resolver el problema de la conjugación, y del que es necesario conocer su tamaño y estructura, a la hora de mejorar los algoritmos. Demostramos que los elementos del USS se pueden conectar mediante conjugaciones especialmente simples. Este resultado tiene implicaciones en la teoría de grupos reductibles. Por último, en [1] se resuelve completamente el caso

reducible, dando un algoritmo polinomial para este tipo de trenzas. En [4] estudiamos el grupo de Thompson trenzado y demostramos que el grupo de Thompson trenzado puro es un subgrupo bi-ordenable del grupo de Thompson trenzado, del mismo modo que el subgrupo de trenzas puras es bi-ordenable, mientras que el grupo de trenzas completo no lo es.

(3.1): En [12,13] se da una caracterización de la torsión mediante ecuaciones diofánticas. En [13] también se da una caracterización de la torsión mediante sistemas de Thue.

(3.2): En [23] se generaliza la acotación clásica de Deligne cuando el grado del polinomio es divisible por la característica del cuerpo y en [24] cuando la parte homogénea de mayor grado tiene singularidades de cierto tipo: o bien aisladas o bien definen un divisor con cruzamientos normales. En [22] hemos abordado el caso de las sumas asociadas a caracteres multiplicativos. Por otra parte, en [25] hemos usado el formalismo de la transformada de Fourier para estudiar la geometría y la aritmética de ciertas variedades. Allí se da el primer ejemplo de cálculo explícito de “funciones zeta de momentos”, una generalización de la función zeta clásica para una familia que está íntimamente relacionada con la función zeta unitaria de Dwork.

(3.3): En [18] se da una nueva prueba de la biyectividad de la correspondencia de Howe para las parejas duales de tipo II. Esta prueba se generaliza, sin dificultad, al marco de las representaciones l -modulares cuando l es un número entero *banal*. Dicha prueba nos permite, además, determinar la biyección explícitamente en términos de los parámetros de Langlands, tanto para las representaciones complejas como en el caso banal. Para ello necesitamos extender los resultados de Zelevinsky sobre la parametrización, en términos de segmentos, de las representaciones irreducibles al marco de las R -representaciones de $GL_n(F)$ cuando la característica de R es banal y también al caso de las representaciones complejas de $GL_n(D)$. Además, probamos una conjetura geométrica de Tadic y extendemos la teoría de funciones zeta de Godement-Jacquet al marco de las R -representaciones cuando R es de característica banal y en otros muchos casos.

- [1] J.S. Birman, V. Gebhardt, J. González-Meneses: “Conjugacy in Garside groups III: Periodic braids”. Aceptado en Journal of Algebra.
- [2] —: “Conjugacy in Garside groups II: Structure of the ultra summit set”. Aceptado en Groups, Geometry, and Dynamics.
- [3] —: “Conjugacy in Garside groups I: Cyclings, powers, and rigidity”. math.GT/0605230.
- [4] J. Burillo, J. González-Meneses: “Bi-orderings on pure braided Thompson’s groups”. math.GR/0608646.
- [5] Calderón Moreno, F.J. et Narváez Macarro, L.: “Dualité et comparaison sur les complexes de de Rham logarithmiques par rapport aux diviseurs libres”. Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 55 (1) (2005), 47–75.
- [6] —: “A mixed associativity formula for tensor products over two Lie-Rinehart algebras”. Ann. Univ. Ferrara Sez. VII (Sc. Mat.), 51 (2005), 105–118.
- [7] —: “Algebraic computation of some intersection D-modules”. Lecture Notes in Computer Science, 4151 (2006), 132–143.
- [8] —: “On the logarithmic comparison theorem for integrable logarithmic connections”.

math.AG/0603003

- [9] Fernández-Lebrón, M. and Narváez-Macarro, L.: “Coefficient fields and scalar extension in positive characteristic”. *Journal of Algebra*, 285 (2005), no. 2, 819–834.
- [10] García Selfa, I. and Tornero, J.M.: “Searching for simultaneous arithmetic progressions on elliptic curves”. *Bull. Australian Math. Soc.* 71 (2005), no. 3, 417–424.
- [11] —: “On simultaneous arithmetic progressions on elliptic curves”. *Experimental Mathematics*, 15 (2006), No, 4, 471–478.
- [12] —: “A complete diophantine characterization of the rational torsion of an elliptic curve”. *Pendiente de aceptación*.
- [13] I. García Selfa: “Aspectos computacionales y diofánticos de la torsión racional en curvas elípticas”. Tesis doctoral, Univ. Sevilla, 13/12/06. (Director: J.M. Tornero Sánchez)
- [14] J. González-Meneses: “Improving an algorithm to solve Multiple Simultaneous Conjugacy Problems in braid groups”, in “Geometric methods in group theory”, *Contemp. Math.* 372 (2005), 35–42.
- [15] Gudiel Rodríguez, F. and Narváez Macarro, L.: “Explicit models for perverse sheaves, II”. To appear in *Algebras and Representation Theory*.
- [16] F.J. Herrera Govantes, M.A. Olalla Acosta, J.L. Vicente Córdoba: “Rank one discrete valuations of power series fields”. *Aceptado en Comm. in Algebra*.
- [17] F.J. Herrera Govantes, M.A. Olalla Acosta, M. Spivakovsky: “Valuations in algebraic field extensions”. *Aceptado en Journal of Algebra*.
- [18] A. Mínguez Espallargas: “Correspondance de Howe l -modulaire: paires duales de type II”, Univ. Paris Sud, 8 diciembre de 2006. (Director: Guy Henniart)
- [19] R. Piedra, J.M. Tornero: “Hironaka’s characteristic polygon and effective resolution of surfaces”. *Comptes Rendus Math.* 344 (2007), 309–312. math.AG/0604384.
- [20] —: “Equimultiple locus of embedded algebroid surfaces and blowing-up in arbitrary characteristic”. *Pendiente de aceptación*.
- [21] B. Rodríguez González: “Objetos simpliciales, un estudio enfocado a las categorías de descenso”, memoria de DEA, Universidad de Sevilla, septiembre de 2005.
- [22] Rojas León, A.: Estimates for singular multiplicative character sums. *International Mathematical Research Notices* 20 (2005), 1221–1234.
- [23] —: “Purity of exponential sums on A^n ”. *Comp. Math.* 142 (2006), 295–306.
- [24] —: “Purity of exponential sums on A^n , II”. *Aceptado en J. Reine Angew. Math.*
- [25] — and Wan, D.: “Moment Zeta Functions for Toric Calabi-Yau Hypersurfaces”. math.NT/0702679.
- [26] M.J. Soto Prieto, J.L. Vicente Córdoba: “Polyhedral cones and monomial blowing-ups”, *Linear Algebra Appl.* 412 (2006), 362–372.
- [27] —: “Résolution de certaines équations algébriques”. *Aceptado en Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.*
- [28] —: “The Newton procedure for several variables”. math.AG/0612656. *Sometido*.
- [29] J.M. Tornero: “On Kummer extensions of the power series ring”. math.AC/0109207. *Aceptado en Mathematische Nachrichten*.

Por último señalamos que en la última convocatoria hemos solicitado un nuevo proyecto de I+D, continuación natural del actual, pero en el que se intensifica la vertiente aritmética a la vista del nivel alcanzado por los resultados ya obtenidos en esta línea.

1. Introducción

En el corazón de gran parte de los sistemas criptográficos usados actualmente está la generación de números secretos o aleatorios, que no puedan ser adivinados para la seguridad del criptosistema. La motivación de la generación de números pseudoaleatorios es que en algunos casos necesitamos manipular más bits aleatorios de los que pueden proporcionarnos nuestras fuentes físicas de entropía. En estos casos se recurre a los PRNG, generadores de números pseudoaleatorios, que constituyen, en definitiva, una forma de expandir unos pocos bits realmente aleatorios.

Un PRNG es una transformación que toma cierta cantidad aleatoria, llamada semilla, y genera una secuencia de bits que pueden usarse como si fuesen números “casi” aleatorios.

Un campo muy activo es, precisamente, estudiar y analizar cuanto de “aleatoriedad” posee la sucesión obtenida.

Otro aspecto importante se refiere a la predicción de estas sucesiones. En las aplicaciones a la criptografía, la semilla y las constantes del generador se suponen parte de la clave secreta. Se quiere usar la salida del generador como un cifrado de flujo. Por supuesto, si varios valores consecutivos son revelados, entonces es muy fácil descubrir el generador. De esta forma, solamente se envían los bits más significativos de cada elemento con la esperanza de que sea difícil predecir la sucesión.

- Los **objetivos generales** de este proyecto de investigación son estudiar estas propiedades criptográficas para el *generador congruente polinomial*. Así como aplicar las técnicas utilizadas al campo del álgebra computacional.
- El **equipo** de investigación está compuesto por Dr. Domingo Gómez (Universidad de Cantabria), Prof. Jaime Gutiérrez (Universidad de Cantabria), Álvaro Ibeas (Universidad de Cantabria) y Dr. David Sevilla (Universidad de Concordia).
- El **coste** de ejecución asignado al proyecto MTM2004-07086 es de 24.000 euros.

2. Aspectos técnicos

Para un primo p , denotamos por \mathbb{F}_p el cuerpo primo de p elementos. Fijado un polinomio $f(X) \in \mathbb{F}_p[x]$. Definimos el *generador congruente polinomial* (u_n) de elementos de \mathbb{F}_p por la relación recurrente

$$u_{n+1} \equiv f(u_n) \pmod{p}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

donde u_0 es el *valor inicial o semilla*.

- Con respecto a la aleatoriedad de la secuencia, nos hemos centrado en la distribución de las fracciones u_n/p en el intervalo $[0, 1)$ y, más generalmente, sobre la distribución de los puntos,

$$\left(\frac{u_n}{p}, \dots, \frac{u_{n+s-1}}{p} \right) \quad (2)$$

en el cubo unidad s -dimensional $[0, 1)^s$. En particular, hemos obtenido cotas no triviales para la discrepancia de la sucesión definida por polinomios de Dickson. La herramienta fundamental de este estudio fueron las sumas exponenciales.

- Con respecto al criptoanálisis de la sucesión (u_n) hemos obtenido un gran número de resultados notables para varias clases de polinomios y funciones racionales. Probamos que no muchos bits pueden darse en cada etapa: desafortunadamente, varios generadores polinomiales son predecibles si se revelan un número suficientemente grande de los bits más significativos de elementos consecutivos. Como es habitual para los generadores lineales la técnica usada es la denominada LLL-reducción. Esta técnica fue introducida en el célebre trabajo de Lenstra-Lenstra-Lovász en 1982 en el contexto del Algebra Computacional para la factorización de polinomios sobre el cuerpo de los números racionales. Las retículas ó retículos (lattices) son objetos geométricos que han sido utilizados para solucionar muchos problemas en matemáticas e informática. La idea general de este método consiste en traducir nuestro problema no lineal a encontrar un vector corto en una apropiada retícula construida a partir de los datos de entrada. Entonces, el problema del vector más corto (Shortest Vector Problem) y el problema del vector más cercano (Closest Vector Problem) en teoría de retículas juegan un papel principal.
- También se han obtenido resultados significativos, relacionados con el tema o las técnicas del proyecto de investigación, en los siguientes campos del algebra computacional:
 - Computación en cuerpos unirracionales.
 - Aspectos computacionales en curvas hiperelípticas,
 - Ideales monomiales y bases LLL-reducidas.
 - Grafos circulantes y códigos perfectos.

3. Publicaciones

1. Gómez, D., Gutiérrez, J., Ibeas, A.: “Attacking the Pollard generator”. *IEEE Transactions on Information Theory* , **52(12)**, 5518–5523, (2006).
2. J. Gutiérrez and D. Sevilla: “Building counterexamples to generalizations for rational functions of Ritt’s decomposition theorem ”, *Journal of Algebra*. **303**, 655-667, (2006).
3. S. R. Blackburn, D. Gómez-Perez, J. Gutiérrez and I. Shparlinski: “Reconstructing noisy polynomial evaluation in residue rings”, *Journal of Algorithms*. **61**, 47–59, (2006)
4. J. Gutiérrez and D. Sevilla: “On Ritt’s decomposition Theorem in the case of finite fields ”, *Finite Fields and Their Applications* . **12**, 403-412, (2006)
5. D. Gómez-Perez and J. Gutiérrez: “Exponential sums with Dickson polynomials”. *Finite Fields and Their Applications* , **12** 16–25, (2006). Ê
6. J. Gutiérrez and D. Sevilla: “On Decomposition of Tame Polynomials and Rational Functions ”, *Lectures Notes in Computer Science* . Springer-Verlag, Berlin, **4194** 219-227, (2006).
7. D. Gómez, J. Gutiérrez, A. Ibeas: “Integer factoring with extra information ”. *Actas Criptologia y Seguridad de la Información. Actas RECSI-2006*, ISBN: 84-7978-650-7 Barcelona, pp- 573–583, (2006).
8. J. Gutiérrez and D. Sevilla: “Computation of Unirational Fields ”, *Journal of Symbolic Computation* . **41**, 1222-1244, (2006).
9. C. Martinez, R. Beivide, J. Gutiérrez, E. Gabidulin: “On the Perfect t-Dominating Set Problem in Circulant Graphs and Codes over Gaussian Integers”. *Proc. International Symposium Information Theory, ISIT-05. IEEE Computer Society press*, pp. 254–258, 2005. ISBN:0-7803-9151-9 and 0-7803-9150-0.
10. D. Gómez, J. Gutiérrez and A. Ibeas : “Cryptanalysis of the Quadratic generator ”, *Proceedings in Cryptology-INDOCRYPT 2005, Lect. Notes in Comp. Sci.*, Springer-Verlag, Berlin, **3797** (2005), 118–129.
11. Martinez, C., Beivide, R., Gabidulin, E. and Gutiérrez, J.: “ On the weight distribution of Gaussian graphs with an application to coding theory”. *Proceedings of 8th International Symposium on Communication Theory and Applications, Ambleside, UK, 17-22 July 2005, HW Communications press*, (2005), pp 250-259. ISBN 0-85316-2441.
12. S. R. Blackburn, D. Gómez-Perez, J. Gutiérrez and I. Shparlinski: “Predicting Nonlinear Pseudorandom Number generators”. *Mathematics Computation (AMS)*. **74** (2005), no. 251, 1471–1494.

13. D. Gómez, J. Gutiérrez, A. Ibeas. : “ Circulant Digraphs and Monomial Ideals”, Computer Algebra in Scientific Computing, CASC-2005, *Lect. Notes in Comp. Sci.*, Springer-Verlag, Berlin, **3718** (2005), 196–207.
14. Gutiérrez, J., Sevilla, D., and Shaska, T.: “Hyperelliptic curves of genus 3 with prescribed automorphism group”. Book: Computational Aspects on Algebraic Curves, *Lectures Series on Computing World Scientific*, **13**, pp 109–123, (2005). T. Shaska (Edit), ISBN 981-256-459-4.
15. Gutiérrez, J., Sevilla, D.: “ Computation of Unirational Fields”. *Proceedings of the A3L (Algorithm algebra and Logic)*. Dolzmann-Seidl-Sturm (Eds) pp. 129-134, 2005, ISBN 3-8334-2669-1.
16. D. Gómez, J. Gutiérrez, A. Ibeas, C. Martinez and R. Beivide.: “ On finding a shortest path in circulant graphs with two jumps”, Computing and Combinatorics, Proc. 11th COCOON-2005, *Lect. Notes in Comp. Sci.*, Springer-Verlag, Berlin, **3595** (2005), 777–786.
17. J. Gutiérrez, V. Shpilrain, and J-T. Yu (editors): “ Proceedings of the Special Session on Affine Algebraic Geometry”, *Contemporary Mathematics (CONM) book series*, 2005. ISBN: 0-8218-3476-2.
18. J. Gutiérrez and T. Shaska: “ Hyperelliptic curves with extra involutions”. *London Math. Soc. J. Computation Mathematics*. **8** (2005), 102–115.

4. Líneas futuras de investigación

De todos es conocido que nuestro mundo físico no es lineal. Muchos fenómenos, sin embargo, a menudo son ”linealizados” porque sólo entonces una maquinaria matemática que trabaja razonablemente bien puede describir estos fenómenos y producir resultados significativos.

Las estrategias de reducción de retículas son intrínsecamente lineales. En años recientes, esta técnica ha sido usada repetidamente en algorítmica, en la teoría de la codificación y en criptología. El nuevo proyecto de investigación presentado para los años 2008-2010:

Retículas en Algorítmica y Criptología

pretende aplicarla a :

- buscar raíces pequeñas de polinomios multivariados con coeficientes números enteros y atacar ciertos criptosistemas,
- factorizar números enteros en el RSA,
- computar subcuerpos en extensiones algebraicas,
- predecir números pseudoaleatorios sobre curvas elípticas,
- analizar los grafos de Cayley: bases de Groebner y bases LLL-reducidas.

MIEMBROS DEL EQUIPO

María A. Alfonseca, Anthony Carbery
Patricio Cifuentes, José García-Cuerva
Gustavo Garrigós, Eugenio Hernández
Ana Jiménez, Kazaros Kazarian
José Manuel Marco, José María Martell
Javier Parcet, Sonsoles Pérez
Keith Rogers, Angel San Antolín
Fernando Soria (IP), Ana Vargas, Sergio Vera

1. Sobre el proyecto y el grupo de investigación

El proyecto AFA, Análisis de Fourier y Aplicaciones, abarca un amplio espectro de objetivos dentro del análisis matemático relacionados con la teoría de Calderón-Zygmund sobre integrales singulares y su extensión a contextos más generales, que van desde la consideración de espacios no-isotrópicos hasta su posible adecuación a la resolución de ecuaciones diferenciales no lineales. Sintetizamos estos objetivos en los siguientes cuatro grandes apartados:

- Restricción de la transformada de Fourier y convergencia esférica
- Sistemas de representación y compresión de imágenes
- Teoría generalizada de Calderón-Zygmund
- Análisis armónico no conmutativo, probabilidad libre y espacios de operadores

Las publicaciones de los miembros avalan sin lugar a dudas que nuestro grupo ha participado de forma activa en el desarrollo de muchas de las técnicas presentes hoy en la teoría, como por ejemplo estimaciones sobre integrales oscilatorias, la interpolación de operadores, la extrapolación, la teoría de pesos, las descomposiciones atómicas, la teoría de multiplicadores, la teoría geométrica de espacios de Banach, los operadores maximales, las integrales fraccionarias y más recientemente los operadores bilineales, el análisis tiempo-frecuencia, y otras. AFA es un fiel reflejo de la apuesta que nuestro grupo hace por atacar problemas de gran relevancia dentro de este área de las matemáticas basándonos en la experiencia que como grupo estable hemos ido acumulando a lo largo de los años.

El grupo de trabajo está formado por 7 investigadores “senior” de la UAM, P. Cifuentes, J. García-Cuerva, E. Hernández, K. Kazarian, J.M. Marco, F. Soria y A. Vargas, 3 Investigadores Ramón y Cajal, G. Garrigós (actualmente contratado en el programa I3), J.M. Martell y J. Parcet, estos dos últimos en el CSIC, y un becario, A. San Antolín, en fase de redacción de su tesis. También cuenta con 3 profesores de otras universidades, A. Alfonseca, S. Pérez, antiguas estudiantes de doctorado de nuestro grupo, y A. Carbery, con el que llevamos colaborando desde hace más de 20 años. En el año 2006 se incorporaron asimismo K. Rogers como profesor Juan de la Cierva y los becarios predoctorales A. Jiménez y S. Vera.

Desde 1986, nuestro grupo ha contado siempre con financiación pública del Estado Español. Desde 1994 también hemos participado de forma consecutiva en tres proyectos europeos dentro de los distintos Programas Marco.

El proyecto AFA actualmente subvencionado por el MEC, Ref.: MTM2004-00678, tiene un presupuesto de 150.080 euros de los que 99.200 corresponden a costes de ejecución. A fecha de hoy se ha gastado aproximadamente un 60 % de este capítulo.

2. Resultados obtenidos

Abordamos en esta sección de forma esquemática los resultados más importantes obtenidos en relación con el proyecto AFA. Para ello consideraremos por separado cada uno de los cuatro apartados generales de los que consta. Los entrecomillados corresponden a objetivos específicamente mencionados en la solicitud, mientras que las referencias se corresponden con las de la lista de publicaciones al final de este informe.

A: Restricción de la transformada de Fourier a hipersuperficies y convergencia esférica. Se han demostrado “teoremas de restricción para superficies con curvatura gaussiana negativa” [43]. Hemos extendido el teorema de concentración para soluciones de la “ecuación cúbica de Schrödinger”, que Bourgain probó en dimension 2 [4], así como para ecuaciones de Schrödinger hiperbólicas [41] y se demuestran nuevas “estimaciones bilineales para la ecuación de ondas (null forms)”. Encontramos nuevas conexiones entre el problema de “convergencia esférica de la transformada de Fourier” y la teoría geométrica de la medida (dimensiones y “tube null sets”) [8]. Continuamos con el desarrollo del programa sobre la “conjetura de Stein” y encontramos la función maximal que controla la desigualdad del operador extensión de la transformada de Fourier con pesos homogéneos de grado cero [5]. Hemos obtenido “recuperación de singularidades en backscattering” cuántico en dimensiones 2 y 3 [42]. Obtenemos mejoras parciales de los resultados de Wolff, y en consecuencia de la acotación L^p de “proyecciones de Bergman” y multiplicadores del cono [19]. Caracterizamos los espacios $L^p(v)$ para los que se tiene convergencia a.e. de las “integrales de Poisson en tubos cónicos” [16]. Asimismo, se ha obtenido el primer paso para el desarrollo de integrales oscilatorias sobre los números p-ádicos [36]. Gracias a las “técnicas bilineales”, desarrolladas por Tao y Vargas, se ha podido demostrar un teorema de la teoría geométrica de la medida [38]. También se ha demostrado la relación entre los teoremas de restricción multilineal y la conjetura de Kakeya [6]. Finalmente, se demuestra que un conocido “teorema de restricción al paraboloides” con normas mixtas es óptimo [39].

B: Sistemas de representación y compresión de imágenes. Hemos obtenido un criterio que permite caracterizar a las clases de “ondículas de Parseval” que pueden conectarse a través de arcos tipo MFS con la ondícula de Shannon [20]. También se ha conseguido una resolución parcial de un problema de recuperación de fases asociado a la función de ambigüedad del radar, para señales de tipo pulso y para funciones de Hermite [7]. Se han caracterizado las funciones que generan un tipo de “análisis multirresolución de un marco (FMRA)” en R^n [11]. Se ha resuelto

un problema propuesto por P.L. Ul'yanov hace mas de 45 años sobre la existencia de sistemas euclídeos, es decir S.O.N cuyas series asociadas convergen a.e., si los coeficientes son de l^2 y divergen a.e en caso contrario [25]. También se han obtenido resultados sobre polinomios ortogonales [28, 29, 35].

C: Teoría generalizada de Calderón-Zygmund. Se desarrolla la teoría de pesos para operadores singulares no-integrales con núcleos sin estimaciones de decaimiento o suavidad y se aplica a transformadas de Riesz, cálculos holomorfos y funciones cuadrado asociados a operadores elípticos de tipo divergencia [1, 2, 3]. Hemos dado importantes avances sobre el control de los pesos de operadores fraccionarios, tanto en el lado positivo como en el de los contraejemplos, [32]. Se prueban “estimaciones de tipo Coifman” con pesos para el operador maximal de Carleson [22], válidas para el estudio de “operadores multilineales”. Se obtienen asimismo resultados sobre extrapolación con pesos, desigualdades en espacios de funciones, modulares, y estimaciones en espacios L^p variables [15, 13, 14]. Se prueba una conjetura propuesta por E. Sawyer sobre productos de pesos y la transformada de Hilbert [12]. Se desarrolla una “teoría de espacios de funciones en el contexto de medidas no doblantes”, y en espacios de Lipschitz de exponente menor que uno 1 [18]. Se ha desarrollado parte de la teoría BMO asociada a operadores de Schrödinger con potenciales positivos [17]. Se ha obtenido un teorema óptimo de acotación con pesos para multiplicadores y operadores de transplatación en sistemas de Laguerre [21].

D: Análisis armónico no conmutativo, Probabilidad Libre y Espacios de Operadores. Se ha obtenido el “teorema de Pisier no conmutativo” (B-convexidad vs K-convexidad) y los exponentes óptimos de tipo/cotipo de L^p [23], así como los “teoremas de Bretagnolle/Dacunha-Castelle/Krivine y Rosenthal” para L^p no conmutativo. Se demuestran las “desigualdades de Khintchine sobre grupos libres” [33]. En el contexto (más general) de v.a. libres, obtenemos una gran variedad de desigualdades de tipo Khintchine y Rosenthal en [24], y en cuanto a “probabilidad no conmutativa”, construimos embeddings L^p utilizando técnicas probabilísticas y obtenemos la “descomposición de Gundy” para martingalas no conmutativas [35, 34].

3. Sobre el proyecto presentado en la convocatoria 2007

El nuevo proyecto solicitado, en el que actuará como Investigador Principal la profesora Ana Vargas, incide obviamente en muchos de los aspectos mencionados anteriormente sobre la Teoría generalizada de Calderón-Zygmund aunque quizás con una proyección mayor hacia otras áreas limítrofes con el análisis armónico. Así por ejemplo se propone desarrollar un apartado específico sobre aplicaciones del análisis de Fourier a las EDP's, que incluye ecuaciones dispersivas y desigualdades de Poincaré. También hay un apartado sobre análisis no conmutativo dirigido a los aspectos más cercanos a la llamada Probabilidad Cuántica.

4. Comentarios adicionales

Como último aspecto queremos resaltar la capacidad de formación del grupo. En los últimos 10 años miembros de AFA han dirigido tesis doctorales a 9 personas, alguna

de las cuales, como es el caso de J.M. Martell y J. Parcet, sigue asociada al grupo de investigación, aunque no a la universidad de origen. Una de las razones que nos lleva a solicitar proyectos de investigación como grupo amplio en el que se desarrollan varias líneas de investigación, es precisamente la de dar a los jóvenes investigadores del equipo una formación sólida y consistente que aúne el dominio de los principios fundamentales en varias subespecialidades dentro del análisis matemático con la motivación y la versatilidad necesarias para trabajar en los aspectos más actuales. Es importante señalar la contribución trascendental que ha tenido en esta formación la organización de los congresos cuatrienales de El Escorial. El núcleo principal de estas reuniones (la próxima tendrá lugar en junio de 2008) consiste en la organización de cuatro minicursos que abordan temas desarrollados en los últimos años y que van especialmente dirigidos a jóvenes investigadores.

Referencias

- [1] P. Auscher, J.M. Martell, *Weighted norm inequalities, off-diagonal estimates and elliptic operators. Part I*, aceptado en Adv. Math.
- [2] P. Auscher, J.M. Martell, *Weighted norm inequalities, off-diagonal estimates and elliptic operators. Part II*, aceptado en J. Evol. Equ.
- [3] P. Auscher, J.M. Martell, *Weighted norm inequalities, off-diagonal estimates and elliptic operators. Part III*, J. Funct. Anal. **241** (2006), 703–746.
- [4] P. Bégout A. Vargas, *Mass Concentration Phenomena for the L^2 -Critical Non-linear Schrödinger Equation*. Aparecerá en Trans. Amer. Math. Soc.
- [5] J. Bennett, A. Carbery, F. Soria, A. Vargas, *A Stein conjecture for the circle*. Math. Ann. 336 (2006), no. 3, 671–695.
- [6] J. Bennett, A. Carbery, T. Tao, *On the multilinear restriction and Kakeya conjectures*. Acta Math. 196 (2006), no. 2, 261–302.
- [7] A. Bonami, G. Garrigós, P. Jaming, *Discrete methods for the radar ambiguity problem*. Aceptado en Appl. Comput. Harm. Anal., pp. 1–34.
- [8] A. Carbery, F. Soria, A. Vargas, *Localisation and Weighted Inequalities for Spherical Fourier Means*. Aparecerá en J. Anal. Math.
- [9] A. Carbery, S. Wainger, J. Wright, *A non-linear generalisation of the Loomis-Whitney inequality*. Math. Res. Lett. 12 (2005), no. 4, 443–457.
- [10] M. Carro, C. Pérez, F. Soria, J. Soria, *Maximal functions and the control of weighted inequalities*. Indiana Univ. Math. J. 54 (2005), no. 3, 627–644.
- [11] P. Cifuentes, K. S. Kazarian, A. San Antolín *Characterization of scaling functions in a multiresolution analysis*, Proc. AMS, 133, 4(2005), 1013–1023.

- [12] D. Cruz-Uribe, J.M. Martell, C. Pérez, *Weighted weak-type inequalities and a conjecture of Sawyer*, Int. Math. Res. Not. **30** (2005), no. 5, 1849–1871.
- [13] D. Cruz-Uribe, A. Fiorenza, J.M. Martell, C. Pérez, *The boundedness ... on variable L^p spaces*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. **31** (2006), 239–264.
- [14] D. Cruz-Uribe, J.M. Martell, C. Pérez, *Extensions of Rubio de Francia’s extrapolation theorem*, Collect. Math. 2006, Vol. Extra, 195–231.
- [15] G. Curbera, J. García-Cuerva, J.M. Martell, C. Pérez, *Extrapolation with Weights, $r.i.$ function spaces, ...*, Adv. Math. **203** (2006), no. 1, 256–318.
- [16] E. Damek, G. Garrigós, E. Harboure, J.L. Torrea. *Weighted inequalities and a.e. conv. for Poisson integrals ...* Math. Ann. **336** (3), 2006, 727–746.
- [17] J. Dziubański, G. Garrigós, T. Martínez, J.L. Torrea, J. Zienkiewicz, *BMO spaces related to Schrodinger op...* Math. Z. **249**, (2005), pp. 329–356.
- [18] J. García-Cuerva, E. Gatto, *Lipschitz spaces and Calderón-Zygmund operators associated to non-doubling measures*. Publ. Mat. **49** (2005), no. 2, 285–296.
- [19] G. Garrigós, A. Seeger, *Plate decompositions for cone multipliers*. “Harmonic Anal. and Applications 2005”, Hokkaido U. Series **103**, pp. 13–28.
- [20] G. Garrigós, E. Hernández, H. Sikic, F. Soria, *Further results in the connectivity of Parseval wavelets*. Proc. AMS, 134 (2006), 3211–3221.
- [21] G. Garrigós, E. Harboure, T. Signes, J.L.Torrea y B. Viviani, *A sharp weighted transplantation theorem ...* Jour. Funct. Anal. **244** 2007, 247–276.
- [22] L. Grafakos, J.M. Martell, F. Soria, *Weighted norm inequalities for maximally modulated operators*, Math. Ann. **331** (2005), no. 2, 359–394.
- [23] M. Junge y J. Parcet, *The norm of sums of independent non-commutative random variables in $L_p(\ell_1)$* . J. Funct. Anal. **221** (2005), 366–406.
- [24] M. Junge, J. Parcet y Q. Xu, *Rosenthal type inequalities for free chaos*. Aparecerá en Ann. Probab.
- [25] K. Kazarian, *A problem of Ul’yanov*, Mat. Sbornik, 197, 12 (2006), 95–116. English transl. in Sbornik: Mathematics, 197, 12 (2006), 1805–1826.
- [26] K. Kazarian, F. Soria *Weights with singularities and associated weighted H_p spaces*. Aceptado en Acta Sci. Math. (Szeged) (2007).
- [27] K. Kazarian, W. Trebels *Shifted Jacobi multiplier sequences and transplantation between sine and cosine series*. Aceptado en Math. Z.
- [28] B. López, J.M. Marco y J. Parcet, *Taylor series for the Askey-Wilson operator ...* Proc. Amer. Math. Soc. **134** (2006), 2259–2270.

- [29] J.M. Marco y J. Parcet, *A new approach to the theory of classical hypergeometric polynomials*. Trans. Amer. Math. Soc. **358** (2006), 183–214.
- [30] J.M. Marco y J. Parcet, *Laplacian operators and Radon transforms in Grassmann graphs*. Aparecerá en Monatsh. Math.
- [31] J.M. Martell, C. Pérez, R. Trujillo-González, *Lack of natural weighted estimates for some S.I.O. ,* Trans. AMS **357** (2005), no. 1, 385–396.
- [32] J. Martin, F. Soria, *Integrability properties of maximal convolution operators*. J. Fourier Anal. Appl. 11 (2005), no. 3, 289–298.
- [33] J. Parcet y G. Pisier, *Non-commutative Khintchine type inequalities associated with free groups*. Indiana Univ. Math. J. **54** (2005), 531–556.
- [34] J. Parcet, *Weak type estimates associated to Burkholder’s martingale inequality*. Aparecerá en Rev. Mat. Iberoamericana.
- [35] J. Parcet y N. Randrianantoanina, *Gundy’s decomposition for non-commutative martingales*. Proc. London Math. Soc. **93** (2006), 227–252.
- [36] K.M. Rogers, A van der Corput lemma for the p -adic numbers, *Proc. Amer. Math. Soc.*, **133** (2005), no. 12, 3525–3534.
- [37] K.M. Rogers, *Sharp van der Corput estimates and minimal divided differences*, Proc. Amer. Math. Soc., **133** (2005), no. 12, 3543–3550.
- [38] K.M. Rogers, *On a planar variant of the Kakeya problem*, Math. Res. Lett. **13** (2006), no. 2-3, 199–213.
- [39] K.M. Rogers and P. Villarroya, *Global estimates for the Schrödinger maximal operator*, Annales Academiæ Scientiarum Fennicæ, aceptado.
- [40] K. Rogers, A. Vargas, L. Vega, *Pointwise convergence of solutions to the non-elliptic Schrödinger eq.* Indiana U. Math. J. 55 (2006) no. 6, 1893–1906.
- [41] K. Rogers, A. Vargas, *A refinement of the Strichartz inequality on the saddle and applications*. J. Funct. Anal. 241 (2006), no. 1, 212–231.
- [42] A. Ruiz, A. Vargas, *Partial recovery of a potential from backscattering data*. Comm. Partial Differential Equations 30 (2005), no. 1-3, 67–96.
- [43] A. Vargas, *Restriction theorems for a surface with negative curvature*. Math. Z. 249 (2005), no. 1, 97–111.

MIEMBROS DEL EQUIPO

Juán Diego Betancor Ortiz
Jorge J. Betancor Pérez (IP)
Juan C. Fariña Gil
Manuel Flores Mederos
Claudio Jerez Díaz
José Manuel Méndez Pérez
Gaspar Miquel Morales
José Rodríguez Expósito
Lourdes Rodríguez Mesa
Kishin B. Sadarangani
Alejandro Sanabria García

1. Introducción

Las líneas de trabajo fundamentales que se han desarrollado en este proyecto de investigación se encuadran dentro del análisis armónico, aunque algunos de los miembros de nuestro equipo se han introducido en el estudio de otros tópicos como la ecuaciones integrales o el problema de Riemann-Hilbert. Durante los años de vigencia del proyecto hemos ido abordando algunos de los problemas que habían sido descritos al efectuar la correspondiente solicitud de subvención para la investigación. Como todos sabemos, en nuestro campo muchas veces no se puede saber de antemano cuales serán los caminos que tomen los distintos temas objetos de estudio, ni cual será el tiempo real que permita culminar los objetivos. Es por ello que inevitablemente algunas de las cuestiones previstas inicialmente han sido desarrolladas completamente y otras, por el contrario, están aún en los primeros pasos. De cualquier manera estamos razonablemente satisfechos con el trabajo realizado durante estos tres años, siendo la subvención recibida fundamental para que éste haya sido llevado a cabo.

2. Rendimiento del proyecto

Un criterio habitualmente usado para valorar el rendimiento de la investigación de un equipo en un periodo determinado de tiempo es analizar las publicaciones a que dicha investigación ha dado lugar. En este sentido los resultados obtenidos por nuestro grupo dentro del proyecto MTM2004/05878 han generado, desde el año 2004, publicaciones en las siguientes revistas:

Acta Math. Hungarica	Archiv Math. (Brno)
Asian J. Math.	Bull. Belgium Mat. Soc. Sim. Stev.
Canad. Math. Bull.	Comp. Math. Appl.
Dynam. Systems Appl. [dos]	Electron. J. Differential Equat.
Int. Math. Forum	Israel J. Math.
J. Comp. Appl. Math.	J. Funct. Analysis
J. Math. Anal. Appl. [tres]	Math. Annalen
Math. Nachrichten [tres]	Math. Inequalities Appl.
Math. Sci. Res. J.	Monaths. Mathematik
Proceedings A, Edinburgh	Rev. Unión Mat. Argent.
Rocky Mount. J. Math.	Semigroup Forum
Trans. Amer. Math. Soc.	Z. Anal. Anwendungen

Asimismo, algunos miembros del equipo han presentado comunicaciones en congresos nacionales e internacionales.

Durante estos tres años en los que el proyecto de referencia ha estado vigente, la investigadora Doña Josefa Caballero Mena (becaria de investigación del Gobierno Autónomo de Canarias), ha defendido su tesis doctoral bajo la dirección del profesor Kishin Sadarangani. Además se procederá próximamente a la lectura de la tesis doctoral del profesor Yoel Gutiérrez Tovar (Universidad de Cumaná, Venezuela) bajo la dirección del profesor José Manuel Méndez.

Como ya fue comentado la financiación obtenida para este proyecto de investigación ha sido fundamental en la realización del mismo. En este periodo se ha consolidado la relación científica de nuestro grupo de investigación con otros equipos españoles y extranjeros. En particular, ha sido especialmente fructífera nuestra colaboración con grupos de la Universidad Autónoma de Madrid (profesor Jose Luis Torrea y colaboradores), Universidad de La Rioja (profesor Juan Luis Varona y colaboradores), Universidad de Wroclaw en Polonia (profesor K. Stempak y colaboradores), Universidad de Santa Fe en Argentina (profesora E. Harboure y colaboradores), que han cristalizado en trabajos conjuntos ya publicados y en proceso de elaboración en estos momentos. Para ello los miembros de nuestro equipo se han desplazado en varias ocasiones, habitualmente en estancias de corta duración, a las universidades citadas.

Bajo el proyecto de investigación de referencia han visitado nuestro departamento numerosos investigadores. Entre ellos señalamos los siguientes: J. Dziubanski (Universidad de Wroclaw, Polonia), E. Harboure, N. Viviani y R. Scotto (Universidad de Santa Fe, Argentina), S. Molina (Universidad de Mar del Plata, Argentina), G. Garrigós y M.T. Martínez (Universidad Autónoma de Madrid), J. Martín (Universidad Autónoma de Barcelona), P. Ahern (Universidad de Wisconsin, Madison), M. Cerne (Universidad de Ljubiana, Eslovenia), W. Urbina (Universidad de Nuevo Mexico) y Ó. Ciaurri (Universidad de La Rioja).

Aunque, como ha quedado de manifiesto, la mayor parte de la subvención la hemos empleado en viajes, también se han adquirido libros y se han solicitado artículos de investigación a través de los distintos servicios de biblioteca. Una parte pequeña se ha utilizado para la compra de material informático: ordenadores y software.

3. Algunos de los resultados obtenidos

En esta sección presentamos de una forma somera algunos de los resultados que hemos conseguido en este periodo. Agrupamos los mismos dentro de las líneas de investigación fundamentales a las que nos hemos dedicado.

1.– Análisis armónico y familias ortogonales

En este punto nos hemos propuesto analizar algunas cuestiones y operadores propias del análisis armónico clásico en el contexto de los sistemas ortonormales de autofunciones de un cierto operador diferencial de segundo orden positivo. En particular nos centramos en los operadores de Bessel, Hermite, Laguerre y Jacobi. Se consideran familias continuas de autofunciones (operador de Bessel en $(0, \infty)$) y familias discretas de autofunciones (operadores de Hermite, Laguerre o Jacobi). Abordamos el estudio, en cada caso, de los semigrupos del calor y de Poisson, los correspondientes operadores maximales, las transformadas de Riesz (integrales singulares), integrales fraccionarias, multiplicadores y funciones de Littlewood-Paley. Analizamos la acotación de estos operadores en espacios L^p con pesos. En unas ocasiones se recurre a la teoría de integrales singulares de Calderón-Zygmund escalar y vectorial en espacios de tipo homogéneo y otras han de desarrollarse estrategias propias para tratar el operador en cuestión. Obtenemos asimismo resultados sobre la transferencia de la acotación de unos operadores (por ejemplo transformadas de Riesz) en el caso discreto (Laguerre, Jacobi o Fourier-Bessel) hacia los correspondientes en el continuo (Bessel-Hankel). Además usamos los nuevos operadores para conseguir nuevas caracterizaciones de conocidas propiedades geométricas de los espacios y retículos de Banach, tales como propiedad UMD, Hardy-Littlewood y tipo y cotipo de martingala.

2.– Transformaciones integrales y espacios de distribuciones

En este contexto hemos estudiado las transformaciones de Fourier, Hankel, Dunkl y Kontorovich-Lebedev en diferentes espacios de funciones generalizadas.

En relación con la transformación de Fourier completamos estudios anteriores de Howel. Obtenemos representaciones para los operadores de convolución sobre ciertas clases de hiperfunciones. Se analizan también la transformación integral de Hankel y su convolución sobre hiperfunciones.

La transformación de Dunkl sobre R puede verse como una extensión compleja de la transformada de Hankel, de forma similar a como la transformación exponencial de Fourier, que es un caso especial de la citada, aparece como una extensión de la transformaciones seno y coseno. Hemos abordado por un lado el estudio distribucional de la transformación de Dunkl, considerando distribuciones de crecimiento lento y exponencial y analizando también la convolución de Dunkl, que define un hipergrupo signado sobre R , en estos espacios. Por otra parte, hemos probado la acotación del multiplicador del intervalo $[-1, 1]$ para la transformación en cuestión. El resultado conseguido muestra que el comportamiento de este multiplicador es, en general, diferente al correspondiente para la transformada de Fourier sobre R . La transformada de Dunkl en dimensión superior y asociada a reflexiones arbitrarias es una cuestión muy interesante muy poco desarrollada donde se requerirá del uso de herramientas y técnicas diferentes a las habituales en el análisis euclídeo.

La transformación de Kontorovich-Lebedev se encuadra dentro de las conocidas como transformaciones índices. El estudio distribucional de esta clase de transformaciones requiere el uso de técnicas propias. En particular el análisis del comportamiento asintótico de las funciones especiales que aparecen, respecto de los diferentes parámetros presentes, hace que se deba recurrir a ingeniosas estrategias para solventar las dificultades. Para esta transformación integral y algunas variantes de la misma se han introducido nuevos espacios de distribuciones frente a los que aquéllas presentan el comportamiento adecuado para desarrollar una teoría distribucional para las mismas.

3.– Ecuaciones integrales

El objetivo en este apartado es el estudio de la existencia y monotonía de soluciones de ciertas ecuaciones integrales no lineales sobre dominios acotados y no acotados. En particular se estudian diferentes clases de ecuaciones de tipo Volterra o Volterra-Urysohn en los espacios $C[0, 1]$ de las funciones continuas en $[0, 1]$ y $BC(R_+, R)$ de las funciones continuas y acotadas sobre R_+ y en los sentidos de Riemann y de Stieltjes. Estas ecuaciones aparecen en investigaciones relativas a la dinámica de poblaciones, procesos de epidemias, superfluidez o ingeniería de sistemas. La herramienta general para obtener los teoremas de existencia de soluciones es el teorema del punto fijo de Darbo, que utiliza medidas de no compacidad. Por ello resulta fundamental que existan medidas de no compacidad con expresiones manejables en los espacios $C[0, 1]$ y $BC(R_+, R)$.

4.– El problema de Riemann-Hilbert

El tipo de problemas que se abordan en este punto puede quedar ilustrado con el siguiente ejemplo. Sean Σ una cierta superficie de Riemann, $\mu : \Sigma \times C$ una función suave y w_0 una $(0, 1)$ -forma en Σ con soporte compacto. Si $\{\gamma_\theta\}_{\theta \in \partial\Sigma}$ es una familia de curvas de Jordan cerradas simples en C , se estudia la existencia de soluciones para el correspondiente problema de Riemann-Hilbert para la ecuación cuasilineal

$$\bar{\partial}u - \mu(\cdot, u)w_0 = 0, \text{ en } \Sigma, \quad u(\theta) \in \gamma_\theta, \quad \theta \in \partial\Sigma.$$

Se ha investigado la extensión de la noción de función de Ahlfors sobre superficies de Riemann para incluir condiciones de frontera del tipo Riemann-Hilbert. Además estudiamos el problema de Riemann-Hilbert clásico en el semiplano superior y se constatan diferencias cualitativas entre éste y su versión clásica en el disco.

Nuestro propósito es continuar estas líneas de investigación, así como abordar otras nuevas. Algunas de ellas eran ya objetivos que nos habíamos planteado en el momento de hacer la memoria inicial de este proyecto y que hemos comenzado ya a estudiar. En este sentido señalamos como tópicos de estudio en un futuro próximo, los cuales forman la base del proyecto presentado a la convocatoria de 2007, los siguientes: análisis armónico asociado a operadores de Dunkl en dimensión superior, convergencia al dato de las soluciones de la ecuación de Schrodinger para operadores de Chebli-Trimeche y Dunkl, espacios de Besov y Triebel-Lizorkin asociados a familias ortogonales, espacios de Hardy calóricos y la continuidad de la transformada de Szego en determinados grupos.

Espacios de Fréchet, Operadores de Convolución y Operadores Hipercíclicos

MTM2004-02262

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Klaus Dieter Bierstedt
José Bonet Solves (IP)
José Alberto Conejero Casares
Carmen Fernández Rosell
Miguel Friz Carrillo
Antonio Galbis Verdú
María del Carmen Gómez Collado
Enrique Jordá Mora
David Jornet Casanova
Juan Antonio López Molina
Félix Martínez Giménez
Reinhold Meise
Alfredo Peris Manguillot
María José Rivera Ortún
Macarena Trujillo Guillén

1. Introducción

1.1. Temática

El proyecto pretende investigar problemas en distintas áreas del análisis funcional y del análisis matemático, como análisis complejo, ecuaciones en derivadas parciales lineales, teoría de operadores, sistemas dinámicos caóticos, espacios de Banach, álgebras topológicas y medidas vectoriales, utilizando como hilo conductor la teoría de los espacios de Fréchet y otros recientes desarrollos del análisis funcional en los que somos especialistas.

1.2. Objetivos generales

Este proyecto continúa las investigaciones realizadas en distintos proyectos subvencionados desde 1988 sin discontinuidad con el mismo investigador principal (el más reciente BFM2001-2670). Investigamos distintas cuestiones del análisis funcional y la teoría de operadores y sus aplicaciones analíticas. Más concretamente estudiamos espacios de Fréchet y sus duales, espacios ponderados de funciones holomorfas y operadores entre ellos, operadores de convolución y operadores pseudodiferenciables entre espacios de ultradistribuciones y de funciones (no) casianalíticas, hiperciclicidad y caos de operadores y normas tensoriales, ideales de operadores y medidas vectoriales. Concretamente consideramos las siguientes cuestiones: (1) Clases de funciones ultradiferenciables y de ultradistribuciones y operadores diferenciables definidas en ellos, (2) Espacios ponderados de funciones holomorfas, (3) Sistemas dinámicos

caóticos lineales y polinomiales en espacios de dimensión infinita, (4) Normas tensoriales, espacios de operadores asociados y medidas vectoriales y (5) Espacios de funciones (real) analíticas y casi analíticas con valores escalares o vectoriales, interpolación, muestreo y operadores de composición o multiplicación definidos entre ellos.

1.3. Financiación recibida

Partidas	1ª Anualidad	2ª Anualidad	3ª Anualidad	Total
Personal	0,00	0,00	0,00	0,00
Gastos ejecución	12.320,00	9.240,00	9.240,00	30.800,00
Costes indirectos	1.848,00	1.386,00	1.386,00	4.620,00
Dotación adicional	0,00	0,00	0,00	0,00
Total	14.168,00	10.626,00	10.626,00	35.420,00

2. Principales resultados y técnicas

2.1. Resultados más importantes

Sólo destacamos los resultados que consideramos más relevantes en cada objetivo.

Objetivo 1: Clases no casi-analíticas de funciones ultradiferenciables

- Fernández y Galbis [6] consideran operadores de localización en ciertas clases de modulación y caracterizan la compacidad de estos operadores.
- Bonet, Meise y Melikhov [4] han investigado la topología de espacios de funciones casi-analíticas y sus duales.
- López Molina y Trujillo [9] han calculado la distribución de temperaturas entre dos cuerpos semiinfinitos en contacto con la teoría hiperbólica de conducción del calor.

Objetivo 2: Sistemas dinámicos caóticos infinito dimensionales

- Martínez [10] estudia el caos de operadores de la forma $f(B)$, donde B es un operador desplazamiento unilateral y f una función entera.
- Conejero, Müller y Peris resuelven en [5] resuelven un problema que relaciona la hiperciclicidad e hiperciclicidad frecuente de un C_0 -semigrupo con la de sus discretizaciones.
- Grosse-Erdmann y Peris resuelven en [7] problemas de Bayart y Grivaux sobre hiperciclicidad frecuente.

Objetivo 3: Normas tensoriales, espacios de operadores asociados y medidas vectoriales

- López Molina [8] ha construido multinormas tensoriales que generalizan las clásicas de Saphar y Lapresté.

- Bonet y Ricker [1] han realizado un estudio sistemático de la medida espectral canónica en espacios de Köthe de sucesiones y su relación con la geometría de esos espacios.

Objetivo 4: Espacios de funciones analíticas y operadores entre ellos

- Bonet y Domanski [2] han estudiado la escisión de sucesiones exactas de espacios PLS y sus aplicaciones a la solución de ecuaciones en derivadas parciales dependientes de un parámetro y la solvabilidad de operadores de convolución en espacios de ultradistribuciones vectoriales.
- Bonet, Engliš y Taskinen [3] investigaron la continuidad de la proyección de Bergman en espacios ponderados de funciones holomorfas en el disco con normas supremo.

2.2. Referencias más importantes

- [1] J. Bonet and W. J. Ricker, *The canonical spectral measure in Köthe echelon spaces*, Integral Equations Operator Theory **53** (2005), no. 4, 477–496.
- [2] J. Bonet and P. Domański, *Parameter dependence of solutions of differential equations on spaces of distributions and the splitting of short exact sequences*, J. Funct. Anal. **230** (2006), no. 2, 329–381.
- [3] J. Bonet, M. Engliš, and J. Taskinen, *Weighted L^∞ -estimates for Bergman projections*, Studia Math. **171** (2005), no. 1, 67–92.
- [4] J. Bonet, R. Meise, and S.N. Melikhov, *Projective representations of spaces of quasianalytic functionals*, Studia Math. **164** (2004), no. 1, 91–102.
- [5] J. A. Conejero, V. Müller, and A. Peris, *Hypercyclic behaviour of operators in a hypercyclic C_0 -semigroup*, J. Funct. Anal. **244** (2007), 342–348.
- [6] C. Fernández and A. Galbis, *Compactness of time-frequency localization operators on $L^2(\mathbb{R}^d)$* , J. Funct. Anal. **233** (2006), no. 2, 335–350.
- [7] K.-G. Grosse-Erdmann and A. Peris, *Frequently dense orbits*, C. R. Math. Acad. Sci. Paris **341** (2005), no. 2, 123–128.
- [8] J. A. López Molina, *Multilinear operator ideals associated to Saphar type $(n+1)$ -tensor norms*, Positivity, to appear.
- [9] J.A. López Molina and M. Trujillo, *Hyperbolic heat conduction in two semi-infinite bodies in contact*, Appl. Math. **1** (2005), 27–42.
- [10] F. Martínez-Giménez, *Chaos for power series of backward shift operators*, Proc. Amer. Math. Soc. **135** (2007), 1741–1752.

Número total de artículos publicados aceptados desde el inicio del proyecto, incluyendo los mencionados arriba: 43. De ellos 38 están en el listado JCR de 2005, 10 en el primer tercio, 16 en el segundo y 12 en el tercero. En el momento actual tenemos más de 10 artículos pendientes de aceptación.

3. Convocatoria 2007

En la convocatoria 2007 se han solicitado dos proyectos:

1. Proyecto “Métodos de análisis funcional para el análisis complejo y las ecuaciones en derivadas parciales” MTM2007-62643, cuyo IP es José Bonet, que se ha pedido en las modalidades C y B, ya que Bonet cumplía los requisitos. Se concentra en las objetivos 1 y 4 anteriores y en nuevas direcciones como el análisis tiempo-frecuencia.
2. Proyecto “Sistemas dinámicos caóticos infinito dimensionales” MTM2007-64222, cuyo IP es Alfredo Peris. Esta línea de trabajo ya se inició en el proyecto BFM2001-2670 y en ella trabajan habitualmente Peris y otros investigadores del equipo. Dicha línea, relacionada con el objetivo 2 de arriba, ha alcanzado una entidad suficientemente importante, como reflejan las publicaciones, el historial y los objetivos planteados.

4. Comentarios adicionales

- Número de tesis dirigidas en los últimos 5 años: 7. De las mismas 2 obtuvieron el Premio Extraordinario de Doctorado de la Universidad Politécnica de Valencia. Actualmente hay 2 proyectos de tesis en desarrollo.
- Los resultados obtenidos han sido presentados por varios miembros del grupo en ponencias invitadas en congresos internacionales. Entre otros mencionamos:
 1. Spaces of analytic and smooth functions II, Bedlewo (Polonia), 14-20/5/2006.
 2. Hypercyclicity and Linear Chaos, Oberwolfach, Alemania, 13-19/8/2006.
- Se ha participado en la organización de las siguientes reuniones científicas:
 1. Spaces of ultradifferentiable functions and applications II, Valencia, 23-24/3/2006. MTM2005-25578-E. J. Bonet, C. Fernández, C. Gómez.
 2. Hypercyclicity and Linear Chaos, Oberwolfach, Alemania, 13-19/8/2006. A. Peris.
- Citas a artículos de miembros del grupo en la ISI Web of Science, en MathSciNet AMS (1996-2007) and Scopus (Elsevier, 1996-2007).

Bonet: 443 citas, h-index: 11 (ISI Web of Science), 475 citas por 167 autores (MathSciNet), 232 citas, 150 de ellas no autocitas (Scopus, Elsevier).
Peris: 198 citas, h-index: 8 (ISI Web of Science), 194 citas por 69 autores (MathSciNet), 166 citas, 129 de ellas no autocitas (Scopus, Elsevier).
Galbis: 65 citas, h-index: 5 (ISI Web of Science), 54 citas por 40 autores (MathSciNet), 26 citas, 21 de ellas no autocitas (Scopus, Elsevier).

Estructuras no-asociativas en análisis funcional.
Finitud en términos de operadores y teoría espectral
MTM2004-03882
UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Elamin Kaidi Lhachmi (IP)
Mostafa Mbekhta (Universidad de Lille, Francia)
Antonio Morales Campoy (Universidad de Almería)
Maria Isabel Ramírez Álvarez (Universidad de Almería)
Ángel Rodríguez Palacios (Universidad de Granada)

Introducción

La temática del proyecto va del Álgebra pura a la combinación de ésta con el Análisis Funcional a la Kaplansky. Concretamente en este proyecto se proponen, los siguientes temas y objetivos: Estructuras no-asociativas absolutamente valuadas (clasificación y extensión en varias direcciones). Álgebras normadas con división (clasificación en dimensión finita y conjetura de Wright). JB^* -álgebras y triples (automorfismos, derivaciones y propiedades geométricas). Álgebras de Banach Unitarias (especiales, semisimplicidad, extensiones no asociativas). Condiciones de finitud en términos de operadores (Teoría espectral, módulos y anillos).

Participan en el proyecto un total de 10 investigadores de las universidades de Almería (4), Granada (1), Lille (1), El Jadida (1), Rabat (1), Tetuán (2).

La subvención obtenida es de 24 400,00 euros.

Avances realizados

1) Álgebras de Banach unitarias: En éste tema, hemos conseguido contestar negativamente el problema de la semisimplicidad planteado por Cowie en 1983, hemos obtenido el teorema de estructura de las reales de dimensión finita, planteamos y estudiamos la cuestión de la existencia de una involución compatible, mostrando su relación con el problema de Mazur y el carácter invariante de los ideales primitivos de un álgebra de grupo discreto, respecto de la involución natural. Aportamos nuevas respuestas afirmativas parciales al problema de Mazur. Extendemos los resultados del caso asociativo al caso alternativo e iniciamos el estudio del caso Jordan no conmutativo. Los resultados están contenidos en la Tesis de M. Burgos leída en junio de 2006 y en tres artículos, 2 aceptados para su publicación y el tercero en trámite.

2) Álgebras y absolutamente valuadas y espacios de Banach absolutamente valuables: Para las álgebras absolutamente valuadas hemos conseguido avanzar en su clasificación (dimensión finita y con involución) introduciendo nuevas aproximaciones (homotopía y un nuevo proceso de duplicación). Para los Banach absolutamente

valuables se han obtenido diversos ejemplos y se han caracterizado los compactos K para los cuales $C(K)$ goza de tal propiedad. Los resultados dieron lugar a 7 artículos 4 publicados, 1 aceptado y 2 en trámite.

3) JB^* - triples: En los JB^* - triples hemos introducido y estudiado la noción de conorma cuadrática estableciendo para ella resultados análogos a los obtenidos por Mbekhta para la conorma en C^* -álgebras. Una parte de éstos resultados, está incluida en un artículo aceptado para publicación.

4) Finitud operacional

a) Teoría espectral: para los espectros ascendente y descendente de un operador en un espacio de Banach, asociados a la finitud operacional, hemos obtenido resultados interesantes, estableciendo la compacidad y la validez del teorema de la aplicación espectral para ambos. Hemos resuelto positivamente una conjetura de Kaashoek y Lay formulada en 1972. Los resultados dieron lugar a 2 artículos uno publicado y el otro en trámite de publicación.

b) Módulos y Anillos: Respecto a la finitud operacional de anillos y módulos hemos desarrollado la teoría de los módulos y anillos de Fitting generalizados (fuertemente Hopfianos o fuertemente co-Hopfianos) obteniendo resultados análogos a los obtenidos para módulos y anillos Artinianos y/o Noetherianos, teoremas tipo Hopkins-Levitzky y de la base de Hilbert, mejorándolos en ocasiones. Parte de estos resultados están en un artículo publicado muy recientemente.

Trabajos publicados

[AHBY-05] A.D. Aiat-Hadj and L. Ben Yakoub: Jordan automorphisms, Jordan derivations of Generalized matrices algebras, International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, 13 (2005), 2125-2132.

[ALHA-05] M. Alaoui and A. Haïly, The converse of Schur's Lemma in noetherian rings and group algebra, Comm. Alg. 33(7) (2005), 2109-2114.

[ANCM-05] E. Andrucho, G. Corach and M. Mbekhta, On the geometry of the generalized inverses, Mathematische Nachrichten 278 (2005), 1-15.

[BEMR-05] J. Becerra, A. Moreno and A. Rodríguez, Absolute-valuable Banach spaces, Illinois Journal of Mathematics 49 (2005), 121-138.

[BERO-05] J. Becerra and A. Rodríguez, Absolute-valued algebras with involution, and infinite-dimensional Terekhin's trigonometric algebras, Journal of Algebra 293, (2005), 448-456.

[GUMZ-05] M. El Guendafi, M. Mbekhta and H. Zerouali, Bounded point evaluations for multicyclic operators, Banach Center Publ. 67 (2005), 199-217.

[MORO-05] A. Moreno and A. Rodríguez, A bilinear versión of Holsztynski's theorem on isometries of $C(X)$ -spaces, Studia Matemática 166 (2005), 83-91.

[ALHA-06] M. Alaoui and A. Haïly, The converse of Schur's Lemma in group rings. Pub. Math. 50 (2006), 203-209.

[BKMO-06] M. Burgos, A. Kaidi, M. Mbekhta, and M. Oudghiri, The Descent Spectrum and Perturbations, J. Operator Theory 56:1 (2006), 101-113.

[EERR-06] M.L. El-Mallah, H. Elgendy, A. Rochdi and A. Rodríguez-Palacios,

On absolute valued algebra with involution, *Linear Algebra and its Applications* 414 (2006), 295-303.

[HMKS-07] A. Hmaimou, A. Kaidi and E. Sánchez Campos, Generalized Fitting modules and rings, *Journal of Algebra* 308 (2007) 199-214.

Proyecto de la convocatoria 2007

El proyecto presentado para la convocatoria en curso se titula “SISTEMAS DE BANACH NO-ASOCIATIVOS. ENDO-FINITUD EN ÁLGEBRA Y ANÁLISIS”. Es una continuación del actual, nos proponemos profundizar en el estudio de las álgebras unitarias, en relación con el problema de Mazur y con las C^* -álgebras. Desarrollar una teoría Jordan apropiada. En sistemas absolutamente valuados, perfeccionar y extender los teoremas de estructura. Para JB^* -triples tenemos el propósito de estudiar los I-triples, la inversibilidad generalizada en estas estructura y la conorma cuadrática en este ambiente. En la vertiente analítica de la endo-finitud continuaremos el estudio de los espectros ascendente y descendente de operadores y su extensión a elementos de álgebras de Banach. Proseguiremos el estudio de varias clases interesantes de espacios y álgebras de Banach “endo-finitos”. Para las nociones algebraicas el objetivo es encontrar teoremas de estructura para los módulos y anillos de Fitting generalizados. Y desarrollar la teoría de una nueva clase de anillos y módulos introducida por medio de condiciones de finitud sobre los núcleos y las imágenes de todos los endomorfismos de un módulo.

Homología de orden superior en espacios de Banach

MTM2004-02635

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Jesús M. F. Castillo (IP)

Félix Cabello Sánchez

Ricardo García González

Yolanda Moreno Salguero

1. Objetivos y financiación recibida

Del apartado “objetivos” de la solicitud del proyecto: «El proyecto consiste en fundamentar la teoría homológica de los espacios de Banach. Para ello [...] se precisa actuar en dos frentes: a) Transplantar a la teoría de espacios de Banach los elementos avanzados de álgebra homológica [...] Concretamente, establecer la teoría de los espacios $Ext^n(X, Y)$ dentro de la teoría de espacios quasi-Banach. b) Estudiar los fundamentos homológicos que hay detrás de las construcciones de la teoría de espacios de Banach, desarrollando nuevos principios cuando sea necesario»; mientras que el de “aplicaciones” contemplaba «1. Problemas de extensión de operadores.[...] especialmente los resultados [...] con valores en espacios $C(K)$.[...] 2. Problemas de extensión de isomorfismos y el problema del espacio automórfico [...] 3. Clasificación de los espacios de tipo \mathcal{L}_∞ [...] 4. Estudio del teorema de Sobczyk-Zippin. [...] 5. Escritura del libro “Homological methods in Banach space theory.» El objetivo (a) está cumplido; mientras que el (b) se ha desarrollado bien en el marco homológico, aunque para completar el programa será preciso irse al contexto categórico más amplio. Las aplicaciones 1 y 2 se han obtenido; la 3 se ha trabajado bastante, aunque alguno de los problemas que nos motivaban siguen abiertos; de la aplicación 4 el teorema de Sobczyk se ha comprendido a fondo, mientras que el de Zippin aun no. Y el objetivo 5 aun sigue como tarea pendiente. El presupuesto era de 24.400 euros para tres años.

2. Principales resultados

2.1. Posiciones de un subespacio

¿Cuándo un subespacio $Y \subset X$ se encuentra en posición única? ¿Qué subespacios de X se encuentran en posición única? Un espacio X se dice automórfico si todos sus subespacios se encuentran en posición única. Resultados:

- Lindenstrauss y Rosenthal demostraron que c_0 y l_2 son automórficos y conjeturaron que son los únicos espacios separables automórficos. En [16] se desarrolló un principio homológico (principios diagonales) del cual se derivan todos los resultados conocidos. En [28] se obtiene un nuevo espacio automórfico: $c_0(I)$.

- En [29, 28] se demuestra que ningún espacio clásico o “razonable”, aparte de $c_0(I), l_2(I)$ puede ser automórfico.
- En [27] se establece la teoría categórica de los principios diagonales y se introduce un índice (de automoría) que mide el carácter parcialmente automórfico de un espacio. Se calcula el índice de automorfía de los espacios clásicos.

2.2. Interpolación compleja y sumas torcidas

Se han establecido [11, 17] las conexiones entre interpolación compleja y la construcción de sumas torcidas. Dado que la teoría de interpolación es flexible y se adapta con naturalidad a otros contextos hemos podido llevar la teoría de sumas torcidas al contexto de los espacios L_p no conmutativos, cuyo exponente más simple serían las clases de Schatten.

2.3. Extensión de operadores

Tomando como base los teoremas de Lindenstrauss y Pełczyński (todo operador desde un subespacio de c_0 en un $C(K)$ se puede extender) y Johnson-Zippin (análogo para subespacios débilmente*-cerrados de l_1):

- En [25, 20, 13] se muestra la dualidad entre los dos resultados anteriores, se generalizan al dominio de los espacios de Lindenstrauss y se estudian en el contexto general de los espacios de tipo \mathcal{L}_∞ .
- En [24, 20] se obtienen nuevas construcciones de superespacios con propiedades de extensión. Por ejemplo: todo espacio separable X es subespacio de un espacio L de tipo \mathcal{L}_∞ de modo que L/X tiene la BAP y todo operador de X en un espacio de Lindenstrauss se puede extender a $L(X)$. Había resultados previos en esta línea de Bourgain-Pisier y Zippin.
- En [18, 3, 30] se profundiza en el estudio de los espacios separablemente inyectivos y se obtienen versiones vectoriales óptimas del teorema de Sobczyk que mejoran las de Johnson-Oikhberg y Rosenthal.
- En [16] se han relacionado los problemas de extensión de operadores con los problemas de posición única.

Referencias

- [1] F. Cabello Sánchez, David Pérez-García, Ignacio Villanueva, Unexpected subspaces of tensor products, *J. London Math. Soc.* (2) 74 (2006), 512–526.
- [2] F. Cabello Sánchez, A lifting theorem for locally pseudo-convex subspaces of L_0 , *Bulletin of the Polish Academy of Sciences* 54 (2006), 231-236.

- [3] F. Cabello Sánchez, Yet another proof of Sobczyk's theorem, Banach space methods, LN London Math. Society 337, Cambridge University Press, 2006.
- [4] F. Cabello Sánchez, Ricardo García, The bidual of a tensor product of Banach spaces (2005) Revista Matemática Iberoamericana 21 (2005), no. 3, 843–861.
- [5] F. Cabello Sánchez, Local Isometries on Spaces of Continuous Functions, Math. Z. 251 (2005), 735-749.
- [6] F. Cabello Sánchez, Convex transitive norms on spaces of continuous functions, Bulletin of the London Mathematical Society 37 (2005), 107-118.
- [7] F. Cabello Sánchez, On continuous surjections from Cantor set, Extracta Mat 19 (2004), 335-337.
- [8] F. Cabello Sánchez, Contribution to the classification of minimal extensions Nonlinear Analysis 58 (2004), 259-269.
- [9] F. Cabello Sánchez, The group of automorphisms of L_∞ is algebraically reflexive Studia Mathematica 161 (2004), 19-32.
- [10] F. Cabello Sánchez, Quasi-additive mappings Journal of Mathematical Analysis and Applications 290 (2004), 263-270.
- [11] F. Cabello Sánchez, Jesús M. F. Castillo y N.J. Kalton, *Complex interpolation and twisted Hilbert spaces*, preprint.
- [12] F. Cabello, JMF Castillo y P.L. Papini, Seven views on approximate convexity and the geometry of K -spaces, J. London Math. Soc. 72 (2005), 457-477.
- [13] F. Cabello, JMF Castillo, Y. Moreno y D. Yost, On the extension of \mathcal{L}_∞ -valued operators under a twisted light, in "Functional Analysis and its applications", North-Holland Math. Studies. 59-70.
- [14] F. Cabello, JMF Castillo Uniform boundedness and twisted sums of Banach spaces Houston J. of Mathematics 30 (2004), 523-536
- [15] F. Cabello, JMF Castillo, The long homology sequence for quasi Banach spaces, with applications, Positivity, 8 (2004), 379-394.
- [16] J.M.F. Castillo and Y. Moreno, *On the Lindenstrauss-Rosenthal theorem*, Israel J. Math. 140 (2004), 253-270.
- [17] Jesús M. F. Castillo, S. Goldstein and J. Suárez, *Twisted sums of noncommutative L_p -spaces*, preprint.
- [18] JMF Castillo, Y. Moreno, Sobczyk cohomology for separable Banach spaces with the Bounded Approximation Property, preprint.

- [19] JMF Castillo, Y Moreno, Natural duality for Banach spaces, in “Banach spaces and their applications in Analysis” in honour of Nigel Kalton (2007); Walter de Gruyter (eds).
- [20] JMF Castillo, Jesús Suárez, Extension of operators into Lindenstrauss spaces, Israel J. Math. (2007).
- [21] JMF Castillo, Y Moreno, Extensions by spaces of continuous functions, Proceedings A.M.S. (2007).
- [22] JMF Castillo, P.L. Papini, Approximation of the limit function in Banach spaces, J. Mathematical Analysis and Applications 328 (2007), 577-589.
- [23] JMF Castillo, Y. Moreno, Singular and cosingular quasi-linear maps, Archiv der Mathematik 88 (2007) 123-132.
- [24] JMF Castillo, Y Moreno, The category of exact sequences between Banach spaces, Banach space methods, LN London Math. Society 337, Cambridge University Press. 2006, pp. 139-158.
- [25] JMF Castillo, Y. Moreno, J. Suárez, On Lindenstrauss-Pełczyński spaces, Studia Mathematica 174 (2006), 213-231.
- [26] JMF Castillo, R. García, L -sets and the Pełczyński-Pitt property, Extracta Mathematicae 20 (2005), 185-198.
- [27] Y. Moreno, Diagonal functors, Applied Categorical Structures, to appear.
- [28] Y. Moreno, A. Plichko, On automorphic Banach spaces, Israel J. Math.
- [29] A. Avilés, Y. Moreno, On automorphic spaces of continuous functions, preprint.
- [30] A. Avilés, F. Cabello, JMF Castillo, M. González Y. Moreno, On separably injective spaces, preprint.
- [31] R. García, J. Jaramillo, JL. LLavona, p -continuity and the Aron-Berner extension, preprint.

3. Proyecto convocatoria 2007

El proyecto se denomina “**Asymptotic structures in Banach spaces and their applications to other areas**”, coordina los equipos de los IP JMF Castillo (Extremadura) y Manuel González (Cantabria), e incorpora a los investigadores Nigel J. Kalton, Edward Odell, Anatolij Plichko, Jesús Suárez y M. Mbekhta.

Ecuaciones en Derivadas Parciales Dispersivas y de Difusión
MTM2004-03029
UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO/EHU

MIEMBROS DEL EQUIPO

Luis Vega González (IP)
Luis Escauriaza Zubiría
Carlos Gorria Corres
Francisco de la Hoz Méndez
Carlos E. Kenig
Carlos García Cervera
Gustavo Ponce
F. Javier Fernández Fernández
M. Cruz Vilela Bendaña
Susana Gutiérrez García

1. Introducción

- Temática

Ecuaciones en Derivadas Parciales Dispersivas y de Difusión

- Objetivos

1. La estabilidad de la dinámica de los hilos de torbellino: estudio teórico (relación con la cuestión de la regularidad en ecuaciones dispersivas) y numérico (en hilos cerrados: fenomenos de recurrencia, estudio de la dimensión de Minkowski). (Artículos: 5, 17, Tesis de F. De la Hoz)
2. Continuación única de soluciones en ecuaciones difusivas y dispersivas: relación con problemas de control, de regularidad de ecuaciones no lineales y formación de singularidades. (Artículos: 13, 14, 16, 21, 22, 24)
3. Los flujos geométricos dispersivos: relación con la dinámica de los parches y hojas de vorticidad (vortex patches and vortex sheet), formación de singularidades. (Artículos: 1, 3, 7, 9, 32)
4. Fenómenos de concentración de la energía en ecuaciones de ondas y cinéticas. (Artículos: 6, 8, 11, 12, 18, 25, 26, 27, 28, 29)
5. Cuestiones clásicas en Análisis de Fourier. (Artículos: 2, 4, 10, 15, 19, 20, 23, 30, 31)

- Financiación: 103.540,00 euros

- Equipo

J. Fernández: Becario postdoctoral Universite Dauphine, París.

S. Gutiérrez: University of Birmingham, School of Mathematics, Reino Unido. Contrato permanente (Lecturer in Mathematics).

M. Cruz Vilela: Profesora Ayudante Doctor de la Universidad de Valladolid desde el 01/10/2004. Acreditación de Profesor Contratado Doctor concedida por la Agencia de Calidad del Sistema Universitario de Castilla y Leon.

Alumnos de doctorado:

F. De la Hoz Méndez: Fecha esperada de defensa de la tesis setiembre 2007.

Miguel Angel Alejo (segundo año)

Jone Apraiz Iza (segundo año)

Andoni García Alonso (primer año)

Naiara Arizabalaga Uriarte (primer año)

Investigadores pre y postdoctorales: 1.- P.E. Jabin (Niza), 2.- P. Raphael (Princeton), 3.- O. Sánchez (Granada), 4.- X. Carvajal (Rio de Janeiro), 5.- V. Banica (París), 6.- N. Visciglia (Pisa), 7.- S. Herr (Bonn), 8.- A. Grunrock (Wuppertal), 9.- J. Bennett (Birmingham), 10.- K. Rogers (Madrid), 11.- A. Corcho (Alagoas, Brasil), 12.- F. Villarolla (Valencia), 13.- R. Cotte (París), 14.- L. Fanelli (Roma).

2. Resultados

Los artículos más relevantes están escritos en negrita.

1. *The Cauchy problem for quasi-linear Schrödinger equations.* (C. E. Kenig, G. Ponce, L. Vega). *Invet. Math.*, 158, (2004) 343-388.
2. *An analytical proof of Hardy-like inequalities related to the Dirac operator.* (J. Dolbeault, M.J. Esteban, M. Loss, L. Vega). *J. of Funct. Anal.*, 216, (2004), 1-21.
3. ***Variable coefficient Schrödinger flows for ultrahyperbolic operators.*** (C. E. Kenig, G. Ponce, C. Rolvung, L. Vega). ***Advances in Math.* 196 (2005), 2, 373-486.**
4. *A real space method for averaging lemmas.* (P.E. Jabin, L. Vega). *J. Math. Pures Appl.* (9) 83 (2004), no 11, 1309-1351.
5. *Self-similar solutions of the Localized Induction Approximation: singularity formation.* (S. Gutiérrez, L. Vega). *Nonlinearity* 17 (2004) 2091-2136.
6. *Some dispersive estimates for Schrödinger equations with repulsive potentials.* (J.A. Barcelo, A. Ruiz, L. Vega). *J. Funct. Anal.* 236 (2006), no. 1, 1-24.
7. ***The general quasilinear ultrahyperbolic Schrödinger equation.*** (C.E. Kenig, G. Ponce, C. Rolvung, L. Vega). **Aparecerá en *Advances in Mathematics*.**

8. *Sommerfeld radiation condition for Helmholtz equation with variable index at infinity.* (B. Perthame, L. Vega). Aparecerá en *Geom. and Funct. Anal.*
9. *Selfsimilar planar curves related to modified Korteweg-de Vries equation.* (G. Perelman, L. Vega). Aparecerá en *J. of Diff. Eqns.*
10. *Pointwise convergence of solutions to the nonelliptic Schrödinger equation.* (K. Rogers, A. Vargas, L. Vega). Aparecerá en *Indiana Univ. Math. J.*
11. *On the local smoothing for Schrödinger equation.* (N. Visciglia, L. Vega). Aparecerá en *Proc. AMS.*
12. *Counterexamples of Strichartz inequalities for Schrödinger equations with repulsive potentials.* (M Golberg, L. Vega, Nicola Visciglia). *Int. Math. Res. Not.* 2006, Art. ID 13927, 16 pp. MR2211154
13. *On unique continuation for Schrödinger equation.* (L. Escauriaza, C.E. Kenig, and G. Ponce, L. Vega). *Communications in Partial Differential Equations*, Vol. 31, 12 (2006) 1811–1823.
14. *Decay at infinity of caloric functions within characteristic hyperplanes.* (L. Escauriaza, C.E. Kenig, G. Ponce, L. Vega). *Math. Res. Lett.* 13 (2006), no. 2-3, 441–453. MR2231129
15. *Some weighted Gagliardo-Nirenberg inequalities and applications.* (J. Duoandikoetxea, L. Vega). Aparecerá en *Proc. AMS.*
16. *On uniqueness properties of solutions of the k -generalized KdV equations.* (L. Escauriaza, C.E. Kenig, G. Ponce, L. Vega). *J. Functional Analysis* Vol. 244, 2 (2007) 504–535.
17. *On the Dirac delta as initial condition for nonlinear Schrödinger equations.* (V. Banica, L. Vega). Preprint
18. *On the Local Smoothing for a class of conformally invariant Schroedinger equations.* (L. Vega, N. Visciglia). Preprint
19. *Bounds for the maximal function associated to periodic solutions of 1d dispersive equations.* (A. Moyua, L. Vega). Preprint
20. *Hardy-type estimates for Dirac operators.* (J. Dolbeault, J. Duoandikoetxea, M. J. Esteban, L. Vega). Preprint
21. *Doubling Properties of Caloric Functions*, *Applicable Analysis* (L. Escauriaza, F.J. Fernández, S. Vessella), 85, 1–3 (2006) 205–223.
22. *Unique Continuation for the System of Elasticity in the Plane* (L. Escauriaza) *Proceedings of the American Mathematical Society*, Vol. 134, 1–3 (2005) 2015–2018.
23. *The Taylor Series of the Gaussian Kernel*, (L. Escauriaza) *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, Vol. 7, 3 (2007) 405–410.

24. *Null-Contrillability of One-Dimensional Parabolic Equations*, (G. Alessandrini, L. Escauriaza) Aparecerá en **ESAIM: Control, Optimization and Calculus of Variations**.
25. *Stability for the gravitational Vlasov-Poisson system in dimension two*, (J. Dolbeault, F.J. Fernández, O. Sánchez) *Communications in Partial Differential Equations*, Vol. **31**, 10 (2006), 1425–1449.
26. *Localized minimizers for flat rotating gravitational systems* (J. Dolbeault, F.J. Fernández) Aparecerá en *Ann. IHP, Ann. Non Lineaire*.
27. *Non trivial L^q solutions to the Ginzburg-Landau equation* *Mathematische Annalen*. Vol. 328, no.1&2, (2004), 1–25.
28. *On the regularity of the averages over spheres for kinetic transport equations in hyperbolic Sobolev spaces* (N. Bournaveas, S. Gutiérrez.) Aparecerá en *Revista Matemática Iberoamericana*, en septiembre 2007.
29. *Global solutions of kinetic models for chemotaxis* (N. Bournaveas, V. Calvez, S. Gutiérrez. B. Perthame). Aparecerá en *Comm. in PDE's*.
30. *Some special solutions of the Schrodinger equation* (J. A. Barceló, J. Bennett, A. Carbery, A. Ruiz. M. C. Vilela). Aparecerá en *Indiana U. Math. J.*
31. *Local smoothing for Kato potentials in three dimensions* (J. A. Barceló, J. Bennett, A. Ruiz, M. C. Vilela). Aparecerá en *Math. Nachr.*
32. *Selfsimilar solutions for the 1-D Schrödinger map on the hyperbolic plane* (F. de la Hoz Mendez). Aparecerá en *Math. Z.*

3. Proyecto 2007: Ecuaciones de evolución, Análisis de Fourier y Numérico.

Estudiaremos ecuaciones de evolución, principalmente de tipo parabólico y dispersivo, con una perspectiva global:

- A.- Continuidad única, el principio de incertidumbre y fórmulas de monotonía.
- B.- Tres problemas clásicos en Análisis Armónico y algunas cuestiones relacionadas. (Funciones maximales dispersivas, desigualdades de Gagliardo-Nirenberg con pesos, operadores de Bochner-Riesz.)
- C.- Algunas cuestiones de Mecánica de fluidos: existencia teórica y numérica de paquetes de ondas no lineales que se propagan a lo largo de los hilos de torbellino, los bordes de un parche de vorticidad y las hojas de vorticidad; interacción de filamentos de vorticidad y su relación con cuestiones en ferromagnetismo.

**Problemas inversos y estabilización de métodos numéricos en
perturbación singular, poroelasticidad y difusión**
MEC/FEDER MTM2004-01905
UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Gloria Aguilar Villa
Ricardo Celorrio de Pablo
Carmelo Clavero Gracia (IP)
V́ctor Domínguez Báguena
Francisco Gaspar Lorenz
José Luis Gracia Lozano
Francisco J. Lisbona Cortés
María Luisa Rapún Banzo
F. Javier Sayas González

La simulación y el análisis numérico de problemas de difusión en situaciones no estándar, donde por ejemplo, la difusión se acopla con otro fenómeno (poroelasticidad, termoelasticidad), o aparecen capas límite o bien el dominio es no acotado, requieren definir métodos numéricos que precisen estabilización, mallas adecuadas o que combinen de forma novedosa métodos conocidos. Los objetivos generales de este proyecto han consistido en obtener buenos resultados de convergencia, adaptar los métodos a la resolución de problemas inversos y emplear técnicas de computación avanzada, como aceleración de la convergencia, preconditionamiento de los sistemas o técnicas multimalla.

La estabilización de los métodos numéricos usados en problemas de filtración y consolidación supone un notable avance en la resolución de problemas relacionados con la poroelasticidad. La extensión de este tipo de resultados a esquemas computacionalmente eficientes en diferencias de orden alto sobre mallas decaladas y su resolución eficiente con métodos multimalla es uno de los objetivos perseguidos. La misma necesidad de estabilización y deducción de esquemas robustos aparece también en los problemas de difusión singularmente perturbados. El uso de técnicas de extrapolación, de corrección por defecto o iteraciones de Schwarz en descomposición de dominio han sido también objetivos del proyecto. Por último, la resolución en paralelo de problemas de difusión exteriores, pasando al dominio transformado de Laplace, mediante elementos de contorno acoplados o superpuestos con elementos finitos, ha servido para una investigación sobre métodos numéricos bien adaptados a problemas inversos asociados a la ecuación del calor.

Así pues, el objetivo general del proyecto se ha centrado en el desarrollo, construcción y análisis de métodos numéricos que resuelven de forma eficiente diversos problemas, todos ellos relacionados con la aproximación de ecuaciones en derivadas parciales para fenómenos de difusión en situaciones especiales. En todos estos casos, la resolución de los problemas necesita de métodos estabilizados que eludan las dificultades que surgen por la aparición de oscilaciones sin sentido físico o a la necesidad de conocer con precisión los valores de algunos de los coeficientes físicos que definen el problema en partes interiores del dominio. Así, el proyecto se ha desarro-

llado siguiendo tres grandes líneas de aplicación: difusión en medios poroelásticos, problemas de perturbación singular y difusión en dominios no acotados.

Con respecto a la financiación señalemos que ha sido de 33.600 euros para los gastos de ejecución del proyecto y de 5.040 euros para los costes indirectos, lo que hace un total de 38.640 euros. Los gastos se llevan de acuerdo con las previsiones planteadas en la solicitud y es de señalar que la concesión de alguna beca FPI al proyecto hubiera servido para formar personal investigador especializado en estas áreas.

A continuación vamos a hacer referencia a algunos de los resultados obtenidos en el desarrollo del proyecto. Señalaremos algunos de los trabajos de investigación publicados en revistas de carácter internacional o presentados en congresos internacionales. Los trabajos que se mencionan a continuación son una muestra de la actividad desarrollada. Dejamos un informe de actividades más exhaustivo para la presentación que se realizará en las Jornadas de Seguimiento a celebrar en Logroño en el próximo mes de abril.

Al considerar problemas de difusión en medios poroelásticos nos hemos ocupado fundamentalmente del modelo de consolidación de Biot. Frente al uso de métodos Galerkin con diferentes espacios de aproximación para desplazamientos y presiones (verificando la condición LBB) hemos propuesto discretizaciones por diferencias finitas sobre mallas decaladas obteniéndose métodos estables y de orden dos. En el modelo de consolidación secundaria de Biot ha resultado también útil el uso de una malla decalada para la integración en tiempo. Se han propuesto métodos multimalla con suavizadores distributivos muy eficientes para la resolución de los sistemas algebraicos que resultan de la discretización sobre mallas decaladas. Algunas complejidades que resultan en la programación de los métodos anteriores se simplifican si la discretización se hace sobre mallas colocalizadas (desplazamientos y presión se aproximan en los mismos nodos de la malla). Para estabilizar los métodos en este caso se han seguido dos estrategias, una que consiste en la reformulación del problema de la poroelasticidad como un sistema con una incógnita suplementaria que es el laplaciano de la presión y otra, que recuerda ciertas estabilizaciones en los problemas de Stokes, la perturbación de la ecuación del flujo con un término preciso que incluye el cuadrado del parámetro de discretización. Algunos de las publicaciones en esta línea son:

- 1.- Gaspar F.J.; Lisbona, F.J.; Vabishchevich, P.N. **Staggered grid discretizations for the quasi-static Biot's consolidation problem.** Appl. Num. Math. 56 (2006) 888-898.
- 2.- Gaspar, F.J.; Lisbona, F.J.; Oosterlee, C.W., Vabishchevich, P.N. **An efficient multigrid solver for a reformulated version of the poroelasticity system.** Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 196 (2007) 1447-1457.
- 3.- Gaspar F.J.; F. Lisbona, F; Oosterlee, C.W. **A stabilized difference scheme for deformable porous media and its numerical resolution by multigrid methods.** Aparecerá en Comput. Vis. Sci.
- 4.- Naumovich, A.; Gaspar, F.J. **On a multigrid solver for the three-dimensional Biot poroelasticity system in multilayered domains.** Aparecerá en Comput. Vis. Sci.
- 5.- Gaspar, F.J; Gracia, J.L.; Lisbona, L.; Vabishchevich, P.N. **A stabilized method for a secondary consolidation Biot's model.** Aparecerá en Numer. Meth. Part. Diff. Equa.

La segunda línea de desarrollo del proyecto se refiere al análisis numérico de problemas de perturbación singular. Concretamente se han abordado problemas escalares estacionarios, problemas de perturbación singular con dos parámetros, problemas escalares parabólicos de tipo convección-difusión o de tipo reacción-difusión y sistemas acoplados de ecuaciones parabólicas de perturbación singular de tipo reacción-difusión. En todos ellos se han analizado métodos en diferencias finitas sobre mallados especiales que proporcionan convergencia uniforme en el parámetro de perturbación, en la norma del máximo. Para ello es necesario conocer adecuadas estimaciones a priori de las soluciones y de sus derivadas, información fundamental para la construcción de las mallas y de los resultados de convergencia. Para la obtención de los diferentes resultados se han utilizado técnicas HODIE o HOC con objeto de construir métodos de orden alto, métodos RK aditivos y de direcciones alternadas para reducir la dimensión espacial en el caso de ecuaciones parabólicas y técnicas de tipo corrección por defecto para lograr orden alto mediante la combinación adecuada sobre mallas especiales de un método estable de orden bajo y otro inestable de orden mayor. Algunas de las publicaciones en esta línea son:

1.- Clavero, C; Gracia, J.L.; O’Riordan, E. **A parameter robust numerical method for a two dimensional reaction-diffusion problem**. Math. Comput. 74 (2005) 1743-1758. 2.- Gracia, J.L.; O’Riordan, E. **A defect-correction parameter-uniform method for a singularly perturbed convection-diffusion problem in one dimension**. Numer. Algorithms 41 (2006) 359-385. 3.- C. Clavero, J.L. Gracia and J.C. Jorge, **A Uniformly Convergent Alternating Direction HODIE Finite Difference Scheme for 2D Time Dependent Convection Diffusion Problems**, IMA Journal Numerical Analysis 26 (2006) 155-172. 4.- Natesan, S.; Bawa, R.K.; Clavero, C. **Uniformly convergent compact numerical scheme for the normalized flux of singularly perturbed reaction-diffusion problems**. International Journal of Information and System Sciences, 3 (2007) 207-221. 5.- Gracia, J.L.; Lisbona, F.J. **A uniformly convergent scheme for a system of reaction-diffusion equations**. Aparecerá en J. Comput. Appl. Math.

En la tercera línea de trabajo se abordan problemas directos e inversos para procesos de difusión (elípticos o parabólicos) en dominios homogéneos con incrustaciones. Los problemas parabólicos los hemos reducido a una sucesión de problemas elípticos mediante la resolución e inversión de su transformada de Laplace.

Los problemas con incrustaciones los abordamos con métodos de elementos de contorno (BEM) o con acoplamientos de elementos finitos con elementos de contorno (BEM-FEM), lo que permite una reducción significativa del número de incógnitas del problema discreto y en consecuencia una notable reducción del coste computacional. La idea subyacente en estos acoplamientos consiste en desacoplar el tratamiento de los fenómenos de difusión/dispersión debidos a las incrustaciones, de los propios fenómenos de difusión que se producen en el dominio homogéneo sobre el que subyacen las incrustaciones. El análisis de la convergencia y la estabilidad se divide esencialmente en dos partes: en una se trata (con técnicas de BEM) un dominio no acotado y homogéneo, asociado al complementario (espacial o plano) de las incrustaciones y, en otra, se analiza (con técnicas FEM) la parte no homogénea de las incrustaciones.

La eficiencia de los métodos BEM y BEM-FEM los hace especialmente adecuados para la resolución de problemas inversos en los que se tienen datos adicionales de la solución, en una parte del dominio exterior, y desconocimiento de ciertos parámetros que configuran la ecuación diferencial, las condiciones de contorno o el dominio. Estos problemas requieren sucesivas iteraciones de problemas directos (de bajo coste computacional) para estimar los parámetros desconocidos: difusividad y conductividad térmicas, grado de corrosión de las incrustaciones, potencial eléctrico en una parte del dominio o posición de las incrustaciones.

Los problemas inversos mencionados, además de plantear retos debido a su alto coste computacional (especialmente si se requieren resultados en tiempo real), son problemas mal puestos en sentido de Hadamard, por lo que requieren la aplicación y el análisis de técnicas de regularización/estabilización (de Tijonov, por ejemplo) que eviten la propagación de errores de modelado. También requieren, inevitablemente, cierta información a-priori sobre la magnitud del error de modelado, lo que nos permite determinar parámetros óptimos de regularización. Algunos trabajos relacionados con esta línea de investigación son los siguientes:

1.- A. Salazar, F. Garrido y R. Celorrio. **Thermal diffusivity of rods tubes and spheres by the flash method**. Journal of Applied Physics 99 (2006) Art. Num. 066116(1-3). 2.- A. Salazar, R. Celorrio. **Application of the thermal quadrupole method to the propagation of thermal waves in multilayered cylinders**. Journal of Applied Physics 100 (2006) Art. Num. 113535 (1-7). 3.- Gatica G.N.; Sayas, F.J. **An a-priori error analysis for the coupling of local discontinuous Galerkin and boundary element methods**. Math. Comput. 75 (2006) 1675-1696. 4.- Domínguez, V.; Sayas, F.-J **A BEM-FEM overlapping algorithm for the Stokes equation**. Appl. Math. Comput. 182 (2006) 691-710. 5.- Hohage, T.; Rapún, M.L.; Sayas, F.J. **Detecting corrosion using thermal measurements**. Inverse Problems 23 (2007) 53-72 . 6.- Domínguez, V.; Graham, I.G.; Smyshlyaev, V.P. **A hybrid numerical-asymptotic boundary integral method for high-frequency acoustic scattering**. Aparecerá en Numer. Math.

Para terminar queremos hacer una referencia a la relación existente entre los resultados obtenidos hasta la fecha, y los que previsiblemente se alcanzarán a lo largo de este último año, con los objetivos y finalidad del proyecto de investigación titulado **Simulación y análisis numérico de problemas evolutivos en mecánica y fluidos**, recientemente solicitado por nuestro grupo, en esta ocasión con el profesor F.J. Sayas como investigador responsable. En el nuevo proyecto se avanzará en la comprensión y análisis de los métodos empleados en el desarrollo del actual. De forma concreta, se abordarán nuevos aspectos sobre los métodos de discretización en la poroelasticidad con especial énfasis en el uso de métodos en diferencias sobre mallas decaladas triangulares de tipo Delaunay y su resolución eficiente con métodos multimalla de tipo distributivo. Además, se profundizará en el estudio de la discretización de ecuaciones de ondas acústicas, elásticas y poro-elásticas y de la interacción onda-estructura, mediante métodos de cuadratura de convolución y elementos de contorno. En resumen, todos estos aspectos son la continuación y la mejora de técnicas y resultados desarrollados en las distintas líneas de trabajo del proyecto que actualmente nos ocupa.

MIEMBROS DEL EQUIPO

Manuel Calvo
José María Franco
Inmaculada Gómez
Pilar Laburta
Juan I. Montijano (IP)
Luis Rández

1. Estructura del grupo, líneas y objetivos

El grupo investigador de este proyecto, subvencionado por la D.G.I. con **40.400 euros**, está constituido por seis investigadores, todos ellos profesores de la Universidad de Zaragoza. Recientemente se han incorporado además dos investigadores en formación: Antonio Paris (Estudiante de Máster) y Marta Encabo (Becaria de colaboración) que están iniciándose en estas actividades bajo la dirección de Luis Rández. El proyecto es coordinado con otro proyecto MTM2004-06466-C02-02 en el que participan investigadores de la Universidad de La Laguna Severiano González–Pinto, Soledad Pérez–Rodríguez y Domingo Hernández–Abreu, con los cuales ha existido una estrecha relación científica desde hace bastantes años.

El grupo mantiene relaciones de investigación con diversos grupos nacionales y extranjeros, y en particular venimos colaborando desde hace algunos años con los investigadores: Rolf Grigorieff (Universidad Técnica de Berlín) y L. Jay (Universidad de Iowa).

Fruto de las actividades de este proyecto se ha establecido hace unos meses contacto con el grupo de Guido Vanden Berghe, de la Universidad de Gante, con el que se ha iniciado algún trabajo conjunto. El próximo mes de enero Luis Rández impartirá una conferencia en aquella Universidad, en el workshop “Numerical approaches to oscillatory functions”. Con este grupo y con el liderazgo por L. Gr. Ixaru, del Institute for Physics and Nuclear Engineering (Bucarest), se pretende participar también en un proyecto europeo.

Información sobre el grupo y su producción científica puede verse en la página web <http://pcmap.unizar.es/numerico> elaborada con el soporte parcial de proyecto.

Nuestro campo de trabajo se enmarca principalmente en diferentes problemas relativos a la resolución numérica de ecuaciones diferenciales. En el proyecto actual nos centramos en las dos líneas siguientes: la integración geométrica y la resolución de problemas oscilatorios.

1.1. Integración geométrica

Con el término integración geométrica se hace referencia al estudio de los métodos numéricos que conservan exactamente (dentro de los niveles de redondeo) propieda-

des o estructuras geométricas o físicas como la estructura simpléctica, invariantes, la isoespectralidad del flujo, etc.

En nuestro proyecto abordamos por un lado algunas cuestiones relacionadas con los llamados métodos multirrevolución. Estos métodos tienen interés por ejemplo en la resolución de problemas cuasi-periódicos, cuyo periodo es conocido con cierto grado de aproximación. Así, si $\varphi : y \mapsto y + \varepsilon g(y) \simeq y$, $0 < \varepsilon \ll 1$, representa el flujo asociado a la ecuación diferencial tras un periodo, se pretende reproducir numéricamente la evolución del sistema en múltiplos del periodo, es decir, calcular la solución (numérica) tras un alto número de periodos $y_N \simeq \varphi^N(y_0)$, con un costo inferior al requerido por una integración estándar. Estos métodos tienen una forma similar a los esquemas RK, $y_N = y_0 + N \sum_{i=1}^s b_i(\varphi(Y_i) - Y_i)$, donde las etapas intermedias vienen dadas por $Y_i = y_0 + N \sum_{j=1}^s a_{ij}(\varphi(Y_j) - Y_j)$, y donde los coeficientes a_{ij}, b_i dependen de N . En este contexto nos planteamos los siguientes objetivos:

- La construcción efectiva de pares encajados de métodos RK multirrevolución que permitan estimaciones del error de integración eficientes.
- Aplicación de los mismos a la integración de problemas orbitales cuasi-periódicos en alto número de periodos.

Por otra parte, la integración simpléctica de sistemas hamiltonianos generales requiere el uso de métodos (RK) implícitos (también en el caso de problemas stiff se requiere el uso de métodos implícitos). Una implementación eficiente de este tipo de métodos no puede llevarse a cabo sin adecuados algoritmos auxiliares en cuanto a esquemas iterativos eficientes, inicializadores para estos esquemas y estimaciones del error. En nuestro proyecto abordamos los siguientes objetivos:

- Construcción de estimadores del error global en métodos implícitos, basados en la propiedad de tolerancia proporcionalidad.
- Búsqueda de inicializadores basados en dos pasos de integración, con buenas propiedades de orden estándar y orden de pseudo-simplécticidad.

Una tercera línea de trabajo en nuestro proyecto tiene por objeto la conservación de invariantes. Muchos problemas prácticos dan lugar a ecuaciones diferenciales $y' = f(y)$ que poseen integrales primeras, de manera que para toda solución $y(t)$, $F(y(t)) = F(y(0))$, para todo t del dominio de definición de y . En ocasiones poseen invariantes débiles, de manera que $F(y(t)) = F(y(0))$ para toda solución tal que $y(0)$ está en una cierta variedad \mathcal{M} . Un requisito natural en los métodos numéricos es que preserven estos invariantes. Es sabido que los métodos RK conservan invariantes lineales, y algunos (implícitos) conservan invariantes cuadráticos. La conservación de otro tipo de invariantes precisa métodos especiales o métodos de postproceso, como los métodos de proyección. Estos esquemas no son en general RK y no son por tanto afín invariantes, ni preservan invariantes lineales. En este campo nuestros objetivos han sido:

- Estudio y construcción de métodos de tipo RK explícito que conserven invariantes, basados en algoritmos de proyección, con un orden de aproximación adecuado y que admitan una implementación eficiente.

- Deducción de métodos de tipo RK explícito que conserven invariantes cuadráticos, de forma aproximada, pero con orden de aproximación superior al de la solución.

1.2. Problemas oscilatorios

Los algoritmos básicos de integración de ecuaciones diferenciales están basados en aproximaciones polinómicas locales a la solución del problema considerado. En la integración de problemas de tipo oscilatorio parece natural usar aproximaciones de Fourier a la solución y esta es la idea básica de los métodos de ajuste exponencial. Hay varias dificultades previas en el manejo de estos métodos. En primer lugar es necesario conocer una estimación de la frecuencia de la solución y por otro lado los métodos resultantes tienen coeficientes variables, lo que complica el uso con paso variable a lo largo de la integración. Nuestra investigación persigue los siguientes objetivos:

- Construcción de métodos simétricos y simplécticos de tipo Gauss exponencialmente ajustados.
- Construcción de pares encajados explícitos exponencialmente ajustados y adaptados de órdenes bajos.
- Estudio del orden y estabilidad de métodos Runge-Kutta-Nyström adaptados para ecuaciones de segundo orden.

2. Principales resultados

Como resultados de nuestra investigación, y de acuerdo con los objetivos marcados, podemos destacar los siguientes:

- Obtención de las condiciones de orden p para métodos multirrevolución. Construcción de pares encajados RK multirrevolución 5(4) con 6 etapas. (Publicados en *Adv. Comput. Math.* 26, 1–3, 2007, 105–120).
- Estudio del orden de pseudo-simplecticidad de soluciones numéricas, cuando se efectúa un número de iteraciones finito. Construcción de inicializadores, basados en dos pasos de integración, con alto orden estándar y de pseudo-simplecticidad. (Publicados en *J. Comput. Appl. Math.* 189 1–2, 2005, 228–241)
- Estudio de la tolerancia proporcionalidad con estrategias de cambio de paso específicas para métodos RK implícitos. Obtención de estimadores del error global en métodos implícitos, basados en tolerancia proporcionalidad. (Presentada una comunicación en ICCAM 2006 (Lovaina) y trabajo aceptado para publicación en *J. Comput. Appl. Math.*)

- Introducción de nuevos métodos de proyección (proyección direccional) con las siguientes características: Aplicables a cualquier RK estándar, son equivalentes a un método RK, mantienen el orden de aproximación y conservan el invariante. (Publicado en SIAM J. Sci. Comput. 28, 3, 2006, 868–885)
- Obtención de las condiciones de orden de conservación de invariantes cuadráticos. Construcción de un método RK explícito de 6 etapas con orden 4 y orden de conservación 7. (Presentada una comunicación en CEDYA 2005 y enviado un artículo a Adv. Comput. Math.)
- Análisis completo de los métodos de tipo Gauss de 2 y 3 etapas exponencialmente ajustados. (Trabajo aceptado en J. Comput. Appl. Math. y otro enviado a Comput. Phys. Commun.)
- Nuevos métodos RKN adaptados a sistemas de segundo orden. (Publicado en Appl. Numer. Math. 56, 8, 2006, 1040–1053)
- Condiciones de estabilidad en métodos ARK. (Publicado en J. Comput. Appl. Math. 73, 2, 2005, 389–396)
- Construcción de métodos híbridos explícitos de 2 pasos. (Publicado en J. Comput. Appl. Math. 187, 1, 2006, 41–57)

3. Trabajo futuro

Las investigaciones realizadas han motivado nuevas líneas de trabajo, que se han plasmado en la solicitud del nuevo proyecto. Resumimos a continuación algunos de los objetivos:

- Extensión de la proyección direccional a Métodos multipaso
- Aplicación de esas técnicas a otras estructuras (funciones de Lyapunov, positividad, simetría, reversibilidad, etc.).
- Estudio del comportamiento de errores globales en intervalos de tiempo largos en problemas con soluciones periódicas. Caso particular de métodos de proyección. (Ya se ha iniciado la investigación en esta línea con algún resultado que se presentará en ICIAM 2007 y CEDYA 2007).
- Extensión de los desarrollos de Butcher de la solución numérica para métodos adaptados y exponencialmente ajustados.
- Construcción de pares encajados explícitos exponencialmente ajustados y adaptados de órdenes altos.
- Nuevas técnicas eficientes de estimación de la frecuencia en problemas oscilatorios.
- Métodos de tipo Radau y Lobatto adaptados y de ajuste exponencial.

**Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en Física Matemática:
Interfases, singularidades y escalas múltiples**
MTM2004-05634
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

MIEMBROS DEL EQUIPO

David Casero Diaz-Cano
Paloma Gómez Ruiz
Susana Gutiérrez de Gracia
Gabriela Litcanu
Juan José López Velázquez (IP)
Barbara Niethammer
Gerardo Oleaga Apadula
Román Smirnov Rueda
María Vela

1. Introducción

1.1. Objetivos

- i) El desarrollo de una teoría matemática para los procesos de crecimiento cristalino (“coarsening”) que no tenga inconsistencias matemáticas.
- ii) Fundamentación matemática de varias cuestiones relacionadas con la teoría de la fractura de materiales.
- iii) Estudio de dos problemas de ecuaciones diferenciales de Física-Matemática en los que existen singularidades: La ecuación de Birkhoff-Rott y la ecuación de Uehling-Uhlenbeck.
- iv) Fundamentación matemática precisa de algunos problemas de la teoría de las ondas espirales en medios excitables.

1.2. Técnicas empleadas

- 1) Métodos de perturbaciones singulares.
- 2) Funciones de distribución en problemas de Física Estadística.
- 3) Técnicas de EDPs aplicadas al estudio de ecuaciones cinéticas.

1.3. Financiación

Personal: 0,00 euros.

Costes de ejecución: 58.800,00 euros.

Número de becas FPI para la asignación al proyecto: 1.

Número de técnicos propuestos para la asignación al proyecto: 0.

2. Resultados

2.1. Fundamentación matemática de la teoría de “Ostwald ripening”

- Estudio matemático de los comportamientos autosimilares de las soluciones del modelo LSW.
- Deducción de un modelo que incluya el efecto de las fluctuaciones de las densidades de partículas cuando la fracción de volumen ocupada por las partículas cristalinas tiende a cero.

Referencias

- [1] B. Niethammer and J. J. L. Velázquez. Screening in interacting particle systems Arch. Rat. Mech. Analysis. Published on line in October 2005.
- [2] B. Niethammer, J. J. L. Velázquez, On the convergence towards the smooth self-similar solution in the LSW model. Indiana Univ. Math. J. 55, 761-794, (2006).
- [3] B. Niethammer, J. J. L. Velázquez, Global stability and bounds for coarsening rates within the mean-field theory for domain coarsening. Comm. PDEs 31, 1-30, (2006).
- [4] J. J. L. Velázquez, On the dynamics of the characteristic curves for the LSW model. Electr. J. Diff. Equ. vol 2006, 52, 1-51, (2006).
- [5] J. J. L. Velázquez, Self-similar behaviour for noncompactly supported solutions of the LSW model. Preprint.
- [6] B. Niethammer and J. J. L. Velázquez, On screening induced fluctuations in Ostwald ripening. Preprint.
- [7] B. Niethammer, F. Otto and J. J. L. Velázquez, On the correlations, fluctuations and collisions in Ostwald ripening. In Analysis, modeling and simulation of multiscale problems. A. Mielke ed. p. 501-530, (2006).

2.2. Teoría de fracturas

- Fractura de materiales frágiles.
- Fractura de materiales plásticos.

Referencias

- [1] G.E.Oleaga, The classical theory of Univalent Functions and Quasistatic Crack Propagation, European Journal of Applied Mathematics vol. 17, pp. 233-255, (2006) Cambridge University Press.
- [2] M.A.Herrero, G.E.Oleaga and J.J.L. Velázquez On the Eshelby-Kostrov property for the wave equation in the plane, Transactions of the American Mathematical Society, 358 (2006), no. 8, 3673-3695.
- [3] D. Casero, Problemas matemáticos de fractura en materiales elasto-plásticos. Tesis doctoral.

2.3. Ecuaciones cinéticas en Física-Matemática

- Desarrollo de una teoría de soluciones singulares para las ecuaciones de Uehling-Uhlenbeck.
- Resultados de regularidad para las soluciones del sistema de Vlasov-Poisson.
- Estudio de ecuaciones cinéticas en problemas de alineamiento de estructuras biológicas.

Referencias

- [1] M. Escobedo, S. Mischler and J. J. L. Velázquez, Singular solutions for the Uehling Uhlenbeck equation. Aceptado para publicación en Proc. Royal Soc. Edinburgh.
- [2] M. Escobedo, S. Mischler and J. J. L. Velázquez, On the fundamental solution of a linearized Uehling Uhlenbeck equation. Preprint.
- [3] M. Escobedo and J. J. L. Velázquez, On the onset of interference effects during the formation of the Bose-Einstein condensate. Preprint.
- [4] Hyung Ju Hwang, A. Rendall and J. J. L. Velázquez, Optimal gradient estimates and asymptotic behaviour for the Vlasov-Poisson system with small initial data. Preprint
- [5] Kyungkeun Kang, B. Perthame, A. Stevens and J. J. L. Velázquez, An integro-differential equation model for alignment and orientational aggregation. Preprint.

2.4. Ondas químicas

- Modelos de propagación de señales químicas en Dd.
- Revisión de la teoría de ondas espirales en medios excitables.

Referencias

- [1] G. Litcanu and J. J. L. Velázquez, Singular perturbation analysis of cAMP signaling in *Dyctiostelium Discoideum* aggregates. *J. Math. Biol.* 52, 5, 682-718, (2006).
- [2] G. Litcanu and J. J. L. Velázquez, Dynamics of propagation phenomena in biological pattern formation. Aceptado en *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*.
- [3] M. Vela, Ondas espirales en medios excitables. Memoria DEA. Programa doctorado UCM.

2.5. Otros trabajos de investigación

Referencias

- [1] M. Bodnar and J. J. L. Velázquez, Derivation of macroscopic equations for individual cell based models: A formal approach. *Math. Methods. Appl. Sci.* 28, (2005), 1757-1779.
- [2] M. Bodnar and J. J. L. Velázquez, An integro-differential equation arising as a limit of individual cell based models. *J. Diff. Equ.* Published on line, September 2005.
- [3] J. J. L. Velázquez, Singular solutions of partial differential equations modelling chemotactic aggregation. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid 2006*.

3. Solicitud proyecto convocatoria 2007: Objetivos

i) Obtener, usando técnicas de homogenización, un modelo de “phase field” que permita describir las interfases entre fases cristalinas con orientaciones arbitrarias.

ii) Desarrollar una teoría continua de procesos estocásticos autoreforzados que proporcione una descripción de la dinámica de una partícula que se mueve de forma aleatoria y produce una sustancia quemoattractiva, al menos en una dimensión espacial.

iii) Obtener una descripción de las soluciones de las ecuaciones de Vlasov-Einstein con simetría radial durante el proceso de formación de un agujero negro.

iv) Estudiar el comportamiento asintótico de las soluciones de la ecuación cinética que describe los efectos de interferencia cuántica durante la formación del condensado de Bose-Einstein.

**Dinámica débilmente no lineal de ondas contrapropagatorias
en sistemas invariantes frente a reflexiones y traslaciones**

MTM2004-03808

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

MIEMBROS DEL EQUIPO

José Manuel Vega de Prada (IP)

**No se dispone de información
sobre este proyecto**

Análisis de sistemas dinámicos vía formas normales
MTM2004-04066
UNIVERSIDAD DE HUELVA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Antonio Algaba Durán (IP)
Mohamed Belhaq
Alan Champneys
Fernando Fernández Sánchez
Emilio Freire Macías
Estanislao Gamero Gutierrez
Cristóbal García García
Manuel Merino Morlesín
Luis Pizarro Solano
Manuel Reyes Columé
Alejandro José Rodríguez Luis.

Financiación: 29.440,00 euros.

1. Objetivos y resultados obtenidos

El proyecto trata, de forma general, sobre el estudio de bifurcaciones de campos vectoriales planos y tridimensionales. Las herramientas básicas para su ejecución son: la forma normal y la aplicación de Poincaré. Los objetivos, por bloques concretos, que se plantean en el proyecto son:

- a) *Análisis de la forma hipernormal orbitalmente equivalente.* A este objetivo contribuye la aportación [14]. En este trabajo se analiza la forma hipernormal bajo C^∞ -equivalencia y se demuestra que la intervención del generador temporal se puede llevar a cabo mediante procedimientos lineales, es decir, coincide con la forma normal clásica a orden infinito (forma pseudohipernormal). Se construyen algoritmos recursivos basados en transformaciones de Lie para el cálculo de la forma hipernormal orbital equivalente y se aplican para calcular la forma hipernormal de la singularidad Triple-zero pero sólo a orden bajo.
- b) *Caracterización de la forma normal de campos planos con parte principal conservativa o conservativa-disipativa, y aplicar los resultados al problema de centro, isocronía e integrabilidad.* Sólo la primera parte está conseguida, es decir aquella que compete a campos planos con parte principal conservativa no degenerada, y las aportaciones son: [5], [6], [10], [11], [12], [15] y [16]. A continuación damos una breve descripción, por bloques, de los trabajos mencionados.
 - [6,11,12] Se consideran familias de sistemas analíticos nilpotentes cuyo origen es un punto monodrómico y se intenta caracterizar sus centros y la ciclicidad de sus focos. En el primer trabajo demostramos la existencia de una pseudo-función de Liapunov, y como consecuencia obtenemos condiciones necesarias para que el origen sea un centro. Esto nos permite obtener varias subfamilias con centros. Probamos además que todas ellas poseen una integral primera analítica. En el segundo trabajo usando coordenadas de Liapunov obtenemos el desarrollo de la aplicación de Poincaré lo que nos permite obtener el orden de los focos así como conocer el número

máximo de ciclos límites que pueden bifurcar del punto crítico. En ambos trabajos ha sido esencial la descomposición conservativa-disipativa. En el tercer trabajo damos una nueva caracterización de integrabilidad en el origen, de campos planos tanto nilpotentes como degenerados. Encontramos una familia de sistemas analíticos con integral primera analítica que contiene a todos los centros integrables conocidos.

- [10,15,16]. La idea de separar una componente casihomogénea en una parte conservativa y otra disipativa, y el hecho de que el corchete de Lie en cierta medida respete esta separación nos permite trabajar con un operador homológico triangular por bloques. Esto hace posible el análisis de la forma normal bajo equivalencia orbital a orden infinito para campos planos con parte principal hamiltoniana no degenerada.

Esta misma idea también ha resultado eficaz para la obtención de resultados relacionados con la integrabilidad y el problema de centro. En los dos primeros trabajos se caracteriza la integrabilidad de campos planos casihomogéneos, así como su relación con los exponentes de Kowalevskaya. Obtenemos algunos resultados que generalizan a los de (Tsygvintsev, Journal of Physics A; 2001) y (Llibre y Zhang, Nonlinearity, 2002), y se resuelve el problema de centro para dichos campos vectoriales. En el tercer trabajo caracterizamos la integrabilidad formal de campos planos cuya primera componente es hamiltoniana, y cuya función de Hamilton tiene todos sus factores simples en el campo complejo.

- [5] Se considera el problema de isocronía para campos planos de clase infinito cuyo origen es equilibrio tipo centro-foco no degenerado. Probamos que el origen es isócrono si y sólo si existe un campo normalizado de clase infinito, y demostramos que esta propiedad es equivalente a la existencia de un conmutador de la forma $(x^2 + y^2)^j(x, y)^t$ más términos de orden superior con j natural. Probamos que en el caso de foco, es suficiente con la existencia de un campo que commute a orden $4j + 1$. Este hecho nos permite caracterizar de una manera sencilla los focos isócronos de una familia dada. Concretamente, probamos que el orden máximo de un foco débil de un sistema cuadrático es dos, y para los sistemas con no linealidades cúbicas es tres.

c) *Análisis de bifurcaciones de sistemas tridimensionales, y en particular de bifurcaciones locales y globales relacionadas con el triple-cero.* A éste objetivo contribuyen: [1], [2], [3], [4],[7], [8], [9], [13], [17] y [18]. En lo que sigue se describe de forma breve, por bloques, los trabajos citados.

- [2] En este trabajo se analiza un despliegue triparamétrico de la singularidad Hopf-cero con una degeneración no-lineal. Obtenemos las distintas configuraciones incluyendo la demostración de existencia y unicidad de varias configuraciones globales de tipo homocliño y heterocliño. Los resultados teóricos se usan para analizar una familia de circuitos electrónicos que exhibe esta bifurcación.
- [4] Por medio de técnicas blow-up y formas normales relacionamos la bifurcación triple-cero con el sistema de Michelson y caracterizamos las resonancias que aparecen cerca de la bifurcación triple-cero.

- [8] En este trabajo se hace una revisión de cómo la combinación de herramientas analíticas y numéricas (centradas en el código de continuación AUTO) permiten encontrar y entender comportamientos dinámicos muy ricos y complejos que aparecen en circuitos autónomos tridimensionales. Destacamos bifurcaciones locales de codimensión dos y tres y sus posibles degeneraciones no lineales (Takens-Bogdanov, Hopf-pitchfork, triple cero) y bifurcaciones globales tanto de homoclinas como de ciclos heteroclinos (punto T, Hopf-Shil'nikov, punto T-Hopf,...).
- [9,1,18] Estos trabajos están relacionados con la bifurcación punto-T, (dos equilibrios tipo silla foco están conectados por un ciclo heteroclinto), que forman parte de la bifurcación triple-cero. En el primer trabajo se considera la bifurcación que se produce cuando uno de los equilibrios en los que se apoya un ciclo heteroclinto pasa por una bifurcación de Hopf (punto de codimensión tres, punto T-Hopf). La técnica de análisis es la clásica, basada en la construcción de un modelo correspondiente a un mapa de Poincaré construido a partir de los flujos parciales entre cuatro secciones transversales apropiadas. Los comportamientos locales se aproximan por formas normales mientras que, debido a que los tiempos de vuelos son finitos, el flujo entre los equilibrios es un difeomorfismo que se aproxima por términos de primer orden. Usando este modelo probamos la existencia de otras bifurcaciones globales (órbitas homoclinas a órbita periódica, ciclos heteroclinos entre equilibrio y órbita periódica, bifurcaciones de tipo Hopf-Shilnikov,...). Además este modelo nos sirve para completar el trabajo (Champneys y Rodríguez-Luis, Physica D, 1999) en el que se analiza la bifurcación Hopf-Shilnikov no transversal. En los dos últimos trabajos se analizan la creación-destrucción de curvas cerradas de bifurcaciones silla-nodo de órbitas periódicas relacionadas con las curvas cerradas de conexiones homoclinas que existen en una degeneración punto-T no transversal. Es especialmente importante destacar el papel fundamental que en dicha transición tienen las cúspides de órbitas periódicas.
- [3,13,17] Se analizan, usando las ecuaciones de cierre, degeneraciones de la bifurcación foco-centro-ciclo límite para sistemas tridimensionales continuos lineales a trozos (la análoga de Hopf para sistemas diferenciales), y en el último se demuestra la existencia de un ciclo heteroclinto punto-T en un sistema lineal a trozos que proviene de un sistema diferenciable ampliamente estudiado, sistema de Michelson.

2. Proyecto presentado en la convocatoria 2007

Los objetivos que se plantean son:

- a) *Caracterizar la forma hipernormal con parte principal casihomogénea conservativa con función de Hamilton degenerada (factores múltiples), y aplicación al problema general de la integrabilidad de campos planos.*
- b) *Análisis del problema de centro para algunos campos planos con parte lineal nula y su relación con la reversibilidad.*
- c) *Análisis de la bifurcación triple-zero con multiplicidad geométrica dos.*
- d) *Analizar la relación entre comportamientos globales de sistemas diferenciales con sus análogos en sistemas continuos a trozos.*

Trabajos publicados vinculados al proyecto

- [1] ALGABA, A.; MERINO, M.; FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, F.; RODRÍGUEZ-LUIS, A.J. *Open-to closed curves of saddle-node bifurcations of periodic orbits near a non-transversal T-point in Chua's equations*. International Journal of Bifurcation and Chaos, **16**:2637–2647, 2006.
- [2] ALGABA, A.; GAMERO, E.; GARCÍA, C.; MERINO, M. *A degenerate Hopf-saddle-node bifurcation analysis in a family of electronic circuits* Nonlinear Dynamics, **48**:55–76, 2007.
- [3] FREIRE, E.; PONCE, E.; ROS, J. *A biparametric Bifurcation in 3D continuous piecewise linear systems with two zones. Applications to Chua's circuit* International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 17, N. 2, 1–13, 2007.
- [4] ALGABA, A.; FREIRE, E.; GAMERO, E.; RODRÍGUEZ-LUIS, A.J. *Resonances of periodic orbits in Rössler system in presence of a triple-zero bifurcation* Aceptado en International Journal of Bifurcation and Chaos, Aparecerá en Junio, 1–20, 2007.
- [5] ALGABA, A.; REYES, M. *Isochronous centers and foci via commutators and normal forms*, aparecerá en Royal Society Edinburgh Proceedings A. 1–11, (2007).
- [6] ALGABA, A.; GARCÍA, C.; REYES, M. *The center problem for a family of systems of differential equations having a nilpotent singular point*, aparecerá en J. Math. Anal. Appl. 1–17, (2007).
- [7] FREIRE E.; PIZARRO, L.; RODRÍGUEZ-LUIS, A.J.; FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, F. *Modeling and Computations in Dynamical Systems*, (eds. E.J. Doedel, G.Domokos, I.G. Kevrekidis). World Scientific Series in Nonlinear Science, Series B, Vol. 13, :209–251, World Scientific 2006.
- [8] FREIRE, E.; RODRÍGUEZ-LUIS, A.J. *Path Following and Boundary Value Problems: A Continuing Influence in Dynamics* (eds. B. Krauskopf, H.M. Osinga and J. Galán), Springer-Verlag, 2007.

Trabajos remitidos para su publicación

- [9] FREIRE, E.; FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, F. *Analysis of the T-point-Hopf bifurcation*, enviado a Physica D., 1–41, 2006. Ha pasado la segunda revisión y sólo falta incluir algunas sugerencias del editor)
- [10] ALGABA, A.; FREIRE, E.; GAMERO, E.; GARCÍA, C. *Polynomial Integrability and the Center-Focus Problem for Quasi-Homogeneous Systems*, enviado a Transactions of the A.M.S., 1–24, 2007.
- [11] ALGABA, A.; GARCÍA, C.; REYES, M. *Limit cycles and integrability of a family of nilpotent systems of differential equations*, enviado a Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik. 1–17, 2007.
- [12] ALGABA, A.; GARCÍA, C.; REYES, M. *A note on integrability of plane vector fields*, enviado a Acta Mathematica Sinica. 1–8, 2007.
- [13] FREIRE, E.; PONCE, E.; ROS, J. *Bistability and hysteresis in piecewise linear oscillators*, enviado a Journal of Nonlinear Science, 1–25, 2007.

Trabajos en su estado final pendientes de remisión

- [14] ALGABA, A.; GARCÍA, C. *Hypernormal form under C^∞ -equivalence*. 1–24.
- [15] ALGABA, A.; GARCÍA, C.; REYES, M. *Integrability of quasi-homogeneous systems*. 1–22.
- [16] ALGABA, A.; GAMERO, E.; GARCÍA, C. *Formal integrability for planar systems*. 1–24.
- [17] CARMONA, V.; FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, F.; TERUEL, A. *Existence of a reversible T-point heteroclinic cycle in a piecewise linear version of the Michelson system*. 1–15
- [18] ALGABA, A.; FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, F.; MERINO, M. *Structure of cusps bifurcation of periodic orbits near a non-transversal T-point*, 1–24.

(No se incluyen trabajos en preparación ni comunicaciones o charlas monográficas en congresos)

**Ecuaciones en derivadas parciales y modelos matemáticos
de la mecánica de medios continuos**

MTM2004-05417

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

MIEMBROS DEL EQUIPO

Galiano Casas, Gonzalo
Garzón Martín, María Luisa
Meddahi Bouras, Salim
Márquez Gentil, Antonio
Selgas Buznego, Virginia
Shmarev, Sergey (IP)
Velasco Valdés, Julián

La finalidad de la actividad investigadora que se desarrolla dentro del marco del proyecto es estudiar, teórica y numéricamente, algunos modelos matemáticos de la mecánica de medios continuos que se formulan como problemas de contorno y valores iniciales para EDPs no lineales. El proyecto tiene varios objetivos:

1. Estudiar cuestiones de existencia, unicidad y comportamiento cualitativo de soluciones de EDPs de tipo elíptico y parabólico que incluyen no linealidades variables o anisótropas.
2. Analizar modelos matemáticos de extracción en medios porosos que generan inestabilidades gravitacionales.
3. Desarrollar y justificar los métodos BEM–FEM en dominios no acotados para la resolución numérica de problemas de interacción fluido–sólido y de electromagnetismo.
4. Adaptar el método de conjuntos de nivel (LSM) para la resolución del problema con frontera libre que surge en el modelado matemático de la propagación y rotura de oleaje sobre fondos de profundidad variable.

A continuación se presentan algunos de los resultados obtenidos durante la ejecución del mismo, agrupados según los objetivos arriba indicados.

1. EDPs elípticas y parabólicas con no linealidad anisótropa y variable.

El representante de esta clase de EDPs es el $p(x, t)$ -laplaciano con términos de convección y absorción o reacción:

$$u_t - \sum_{i=1}^n D_i (a_i(z, u) |D_i u|^{p_i(z)-2} D_i u + b_i(z, u)) + d(z, u) = f(z), \quad (1)$$

donde $z = (x, t) \in \Omega \times (0, T]$ y las funciones $a_i(\cdot) \in (a_0, \infty)$, $p_i(\cdot) \in (1, \infty)$, $d(\cdot)$, $b_i(\cdot)$ son conocidas. Estas ecuaciones aparecen en la descripción matemática de distintos fenómenos naturales tales como la filtración en medios porosos no homogéneos o los flujos electroreológicos. Asimismo, las encontramos en algoritmos de procesamiento de imágenes digitales. Entre los resultados, destacamos los siguientes:

- Demostraciones de existencia y unicidad de soluciones débiles del problema de Dirichlet para la ecuación (1) y para su versión estacionaria. Las soluciones son elementos de ciertos espacios funcionales de Orlicz–Sobolev.

- Establecimiento de condiciones sobre la estructura de la EDP bajo las cuales las soluciones están localizadas en espacio o en tiempo. Análisis del comportamiento asintótico de las soluciones cuando $t \rightarrow \infty$.

- Encontramos un nuevo efecto de localización exclusivo de las soluciones de EDPs de difusión anisótropa. Resulta que la anisotropía del operador de difusión puede provocar la localización direccional de la solución: la solución queda localizada, de forma estacionaria, en todas las direcciones excepto en aquella en la que la difusión es más rápida. Este efecto completa la alternativa “velocidad finita de propagación versus extinción en tiempo finito” típica de las ecuaciones de difusión no lineal isótropa.

- Se sabe que en las soluciones de EDPs con no linealidad constante los efectos de localización se revelan en determinados rangos de los parámetros de no linealidad. Para las EDPs con no linealidad variable estudiamos los efectos de localización en los casos límites en los que la EDP se transforma en su versión linealizada, y constatamos que las soluciones siguen siendo localizadas.

- Utilizamos un modelo con difusión anisótropa en la resolución de un problema de tratamiento de señal que surge en el conteo de poblaciones de animales que emiten sonidos modulados en frecuencia. Estudiamos la existencia, unicidad y estabilidad del modelo, y realizamos simulaciones numéricas y comparaciones con otros métodos alternativos al propuesto.

Los publicaciones más relevantes en este apartado son [1, 2, 3, 5, 6].

2. Problema de extracción. El problema tiene su origen en el proceso de salinización del suelo inducido por los manglares, los cuales poseen un mecanismo mediante el que filtran la sal contenida en aguas moderadamente salinas, como la del mar, extrayendo de este modo sólo el agua dulce. En este proceso, la sal se concentra en el suelo que rodea a las raíces y se distribuye por difusión-convección al resto del dominio. En [4] estudiamos el problema en el que el dominio está cerrado a la entrada de agua de fuentes externas, el cual incorpora condiciones dinámicas de frontera:

$$\begin{cases} u_t - (uq - u_x)_x = 0 & q_x + mf(\cdot, u) = 0 & \text{en } (0, 1) \times (0, T), \\ u_t(0, t) - u_x(0, t) = u_x(1, t) = q(1, t) = 0 & \text{para } t \in (0, T). \end{cases}$$

Demostramos la existencia y unicidad de soluciones, la estabilidad de la solución estacionaria y las condiciones de aparición de los “dead cores” (regiones completamente salinizadas). Por otra parte, en [7] hemos saltado al caso N-dimensional, el cual se complica notablemente por la necesidad de introducir la Ley de Darcy para la modelización del flujo:

$$u_t + \operatorname{div}(Ru\vec{q} - \nabla u) = 0, \quad \operatorname{div}\vec{q} + mf(\cdot, u) = 0, \quad (\vec{q} + \nabla p - u\vec{e}_z = 0).$$

En dicho trabajo demostramos la existencia y unicidad de soluciones débiles de una formulación mixta del problema y utilizamos un método de elementos finitos

mixtos estabilizados para la discretización numérica del modelo. Además, llevamos a cabo un análisis sobre la formación de inestabilidades gravitacionales en el estado transitorio que aceleran la convergencia al estado estacionario, en comparación con la situación unidimensional.

3. Resolución numérica de problemas en dominios no acotados. En este apartado, nos interesamos por el análisis numérico de problemas de electromagnetismo y problemas de interacción fluido-estructura. En [8], propusimos y analizamos un esquema numérico para resolver las ecuaciones de Maxwell en un medio bidimensional heterogéneo, suponiendo que los campos tienen un comportamiento sinusoidal respecto al tiempo. En el mismo contexto del sistema de Maxwell, nos hemos interesado por el cálculo de las corrientes inducidas (corrientes de Foucault) generadas por un campo electromagnético variable. Este ha sido el tema de la tesis doctoral de Virginia Selgas, cuya defensa se realizó en febrero de 2006.

El segundo tema de investigación de este apartado consiste en considerar un sólido rodeado por un fluido perfecto e incompresible y tratar de calcular tanto las oscilaciones elásticas provocadas por la presión del fluido como la dispersión provocada por las vibraciones del obstáculo. En [9] se introduce para este problema una nueva formulación de acoplamiento entre elementos finitos y elementos de contorno que no sufre de inestabilidad cuando el número de onda toma ciertos valores relacionados con los autovalores del Laplaciano. Finalmente, en [10] se presenta una formulación del problema de interacción fluido-estructura donde se usa el tensor de tensiones como variable principal en el sólido.

4. Problemas con fronteras libres en mecánica de fluidos. El trabajo está centrado en la simulación numérica de propagación y rotura de oleaje sobre fondos de profundidad variable basada en el método de superficies de nivel (LSM). El método consiste en la inclusión de la frontera libre como la superficie de nivel cero de una nueva función incógnita definida en todo el dominio. La ventaja del método, en comparación con los métodos tradicionales, es su robustez frente a cambios topológicos de la frontera libre.

Los resultados de la implementación numérica del método en la aplicación al problema de rotura de oleaje en 2-D se presentan en [11, 12]. Cabe resaltar la utilización de una base de polinomios de Hermite para aproximar las ecuaciones integrales mediante el Boundary Element Method (BEM) [13].

- En el proyecto solicitado en la convocatoria del año 2007 se propone continuar algunas de las líneas de investigación del proyecto actual.

- Estudio de la regularidad de las fronteras libres de soluciones de EDPs con no linealidad variable y anisótropa y análisis detallado de la influencia de la anisotropía en el comportamiento de las mismas. Los efectos de localización direccional pueden ser de gran utilidad en la elaboración de nuevos modelos de tratamiento de señal.

- Formular el problema para las ecuaciones de Maxwell en términos del campo eléctrico para poder tratar de forma más natural el caso de materiales no lineales, e.g., los ferromagnéticos sólidos. Extender los resultados a un modelo más realista

considerando un medio acústico no acotado alrededor del obstáculo y estudiar la versión tridimensional de este problema.

- Extender el acoplamiento LSM–BEM para geometrías 3–D con simetría axial, incluyendo las fuerzas de capilaridad. De especial interés es la simulación numérica de fenómenos de *pinch off* en columnas de fluido no viscoso, donde aparecen cambios topológicos importantes (formación de gotas) que esperamos recoger con el LSM.

Referencias

- [1] S. ANTONTSEV, S. SHMAREV, *Elliptic Equations with Anisotropic Nonlinearity and Nonstandard Growth Conditions*. Handbook of Differential Equations, Stationary Partial Differential Equations, Vol. 3, Chapter 1, pp. 1-100, Elsevier (2006).
- [2] S. ANTONTSEV, S. SHMAREV, *A model porous medium equation with variable exponent of nonlinearity: existence, uniqueness and localization properties of solutions*. Nonlinear Analysis 60 (2005), pp. 515-545.
- [3] S. ANTONTSEV, S. SHMAREV, *Parabolic equations with anisotropic nonstandard growth conditions*. Int. Series Num. Math. 154, Birkhauser (2006), pp. 33-44.
- [4] G. GALIANO, J. VELASCO, *A dynamic boundary value problem arising in the ecology of mangroves*, Nonlinear Analysis: RWA 7 (5) (2006), pp. 1129-1144.
- [5] B. DUGNOL. C. FERNÁNDEZ, G. GALIANO, *Wolf population counting by spectrogram image analysis*. Aceptado en “Applied Mathematics and Computation” (2006).
- [6] B. DUGNOL. C. FERNÁNDEZ, G. GALIANO, J. VELASCO, *Implementation of a diffusive differential reassignment method for signal enhancement. An application to wolf population counting*. Enviado para su publicación (2007).
- [7] C. J. VAN DUIJN, G. GALIANO, J. VELASCO, *Existence of solutions and stability analysis for a Darcy flow with extraction*. Enviado para su publicación (2006).
- [8] G. N.GATICA, S. MEDDAHI, On the coupling of MIXED-FEM and BEM for an exterior Helmholtz problem in the plane, Numer. Math., 100 (4), 663-695, 2005.
- [9] S. MEDDAHI, F. J. SAYAS, Analysis of a new BEM-FEM coupling for two dimensional fluid–solid interaction, *Math. Meth. Appl. Sci.* **21** (2005) 31-48.
- [10] G. N. GATICA, A. MÁRQUEZ, S. MEDDAHI, Analysis of the coupling of primal and dual-mixed finite element methods for a two-dimensional fluid-solid interaction problem, Aceptado en Siam J. Num. Anal.
- [11] M. GARZÓN, J. A. SETHIAN, *Wave breaking over sloping beaches using a coupled boundary integral-level set method*. International Series of Numerical Mathematics 154, Birkhauser (2006), pp. 189-198.
- [12] M. GARZÓN, D. ADALSTEINSSON, L. GRAY, J. A. SETHIAN, *A coupled level-set-boundary method for moving boundary simulations*. Interfaces Free Bound. 7 (2005), pp. 277-302.
- [13] L. J. GRAY, M. GARZÓN, *On a Hermite boundary integral approximation*. Computers and Structures 83 (2005), pp. 889-894.

Identificación de cambios estructurales en sistemas dinámicos con información parcial

MTM2004-05316

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

MIEMBROS DEL EQUIPO

Ángela Castillo López

Juan Cires Martínez

José Jesús Fraile Ardanuy

Borja Ibarz Gabardós

Marios Polycarpou

Ricardo Riaza Rodríguez

Carlos Rivero Rodríguez

José Manuel Vegas Montaner

Pedro José Zufiria Zatarain (IP)

1. Introducción

El proyecto aborda el diseño de esquemas de detección de cambios estructurales en sistemas dinámicos lineales y no lineales, en los que el modelo puede incorporar estocasticidad y censura en los datos disponibles.

Los objetivos planteados son:

- Implementación de esquemas de detección de cambios basados en teoría de la decisión en el contexto de las ecuaciones diferenciales y en diferencias estocásticas.
- Identificación o aislamiento de los cambios (tanto deterministas como estocásticos), con vistas a la toma de decisiones pertinentes: subsanación –en el caso de fallos– u otro tipo de acciones.
- Estudio de esquemas de estimación paramétrica o identificación teniendo en cuenta una posible censura en los datos.
- Desarrollo de esquemas de reducción de dimensionalidad de los datos.
- Evaluación de los esquemas en diferentes casos prácticos de simulación y plataforma experimental.

El equipo investigador consta de cinco miembros de la Universidad Politécnica de Madrid, dos miembros de la Universidad Complutense de Madrid, un miembro de la Universidad Rey Juan Carlos, y otro miembro extranjero actualmente en la Cyprus University.

La financiación total recibida (incluyendo gastos de ejecución y costes indirectos) es de 34.040 EUR.

2. Resultados obtenidos y técnicas utilizadas

Por un lado, se han extendido resultados existentes en subsanación de fallos aditivos para sistemas dinámicos deterministas al contexto de sistemas estocásticos. Se han obtenido resultados cerrados sobre condiciones de detectabilidad, sensibilidad y aislabilidad. Asimismo, se ha asumido que los fallos aditivos pueden también, a su vez, ser estocásticos. La formulación estocástica del sistema facilita la modelización de fallos también estocásticos. Los resultados obtenidos son el fundamento de la tesis doctoral de la investigadora Ángela Castillo [Cas].

Alternativamente se han obtenido resultados novedosos en diagnóstico de fallos paramétricos (no aditivos). Se ha elaborado un nuevo esquema fundamentado en el concepto de ángulo entre funciones, para generar un residuo en que basar la detectabilidad. Asimismo, se ha considerado la aislabilidad de ese tipo de fallos y se ha realizado un estudio comparativo de diferentes estimadores. Este trabajo ha dado lugar a un proyecto fin de carrera [Mun] y a una publicación [MunZuf].

En el contexto de la teoría de control (con vistas a subsanación de fallos), se han analizado esquemas híbridos con sustrato neuro-borroso combinado con algoritmos genéticos, para control e identificación de sistemas. Se ha aplicado al control de sistemas de potencia con vistas a su empleo en subsanación de fallos (ver [FraZuf-a,FraZuf-b,FraZuf-c,FraZuf-d]).

Otro campo de aplicación considerado es la teoría de circuitos y sus singularidades, donde se han caracterizado diversas propiedades estructurales de sistemas algebraico-diferenciales lineales y variantes en el tiempo con índice arbitrario [MaRi,RiMa] y no lineales [Ria-b]. También se han analizado modelos algebraico-diferenciales de circuitos eléctricos y electrónicos [Ria-a]. Estos resultados permiten el desarrollo de técnicas de diagnóstico de fallos vinculados a deficiencias estructurales modeladas mediante singularidades en sistemas algebraico-diferenciales y circuitos eléctricos.

En relación con el tratamiento de las censuras se ha estudiado el diseño de un filtro de Kalman con datos de medición censurados. Se ha desarrollado la formulación teórica (ver [IbaZuf]), y se han analizado algoritmos eficientes para el cómputo aproximado de los estimadores, sin necesidad de recurrir a un almacenamiento masivo de los datos. De momento no se han encontrado algoritmos fácilmente implementables.

Por otro lado, se han estudiado esquemas de inferencia empleando funciones de base radial (RBFs), considerando errores no gaussianos. Mediante una formulación EM (Expectation-Maximization), donde la etapa de maximización es, a su vez, desglosable en sub-etapas. En ese contexto se ha hecho un estudio de convergencia. Ha sido posible especular con este desglose para caracterizar propiedades de convergencia, cuyos resultados han sido publicados en [RivZuf].

Finalmente, se ha trabajado también en esquemas (con sustrato neuronal) para la reducción de dimensionalidad de los datos a tratar en el problema. En concreto, se han estudiado ciertos modelos neuronales hebbianos que permiten un análisis de componentes principales de forma eficiente. Esta investigación ha dado lugar a varias publicaciones (ver [BerZu-a,Berzu-b,Berzu-c,Berzu-d,ZufBer]).

2.1. Publicaciones

- [BerZuf-a] A. Berzal and P. J. Zufiria, *Analysis of the Sanger Hebbian Neural Network*, Lecture Notes in Computer Science 3512, pp. 9-16, Springer-Verlag, 2005.
- [BerZuf-b] A. Berzal and P. J. Zufiria, *Local Analysis of a New Rubner-type Neural Network via a DDT formulation*, IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing, WISP 2005, pp. 143-148, 2005.
- [BerZuf-c] A. Berzal and P. Zufiria, Convergence analysis of a linearized Rubner network with modified lateral weight behaviour, 2006 Conference on Computational and Applied Methods in Science and Engineering, pp. 125-132 September 2006.
- [BerZuf-d] A. Berzal and P. J. Zufiria, *Dynamic behavior of DCT and DDT formulations for the Sanger Neural Network*. Neurocomputing (2007). (En prensa)
- [Cas] A. Castillo, Fault Detection and Isolation via Continuous Time Statistics. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. 2006
- [FraZuf-a] J. Fraile-Ardanuy and P. J. Zufiria, *Adaptive Power System Stabilizer Using ANFIS and Genetic Algorithms*, Joint 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC'05), pp. 8028-8033, 2005.
- [FraZuf-b] J. Jesús Fraile-Ardanuy y P. J. Zufiria, *Adaptive Power System Stabilizer Using Intelligent Control Techniques*. I Seminario de Aplicaciones Industriales de Control Avanzado (SAICA 2005), pp. 97-109, 2005.
- [FraZuf-c] J. Fraile-Ardanuy and P. J. Zufiria, *Adaptive Power System Stabilizer Using ANFIS and Genetic Algorithms*, Lecture Notes in Computer Science 3512, pp. 1124-1131, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2005.
- [FraZuf-d] J. Fraile-Ardanuy and P. J. Zufiria, *Design and Comparison of Adaptive Power System Stabilizers based on Neural Fuzzy Networks and Genetic Algorithms*. Neurocomputing (2007). (En prensa)
- [IbaZuf] B. Ibarz and P. J. Zufiria, *A Kalman Filter with Censored Data*, IEEE Internat. Symposium on Intelligent Signal Processing, WISP 2005, pp. 74-79, 2005.
- [MaRi] R. März and R. Riaza, Linear Differential-algebraic equations with properly stated-leading term: Regular points. Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 323, pp. 1279-1299 (2006).
- [Mun] U. Münz, *Parametric fault diagnosis in stochastic systems*, Proyecto Fin de Carrera. ETSI Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid, 2005.
- [MunZuf] U. Münz y P. J. Zufiria, *Parametric Fault Diagnosis in Stochastic Dynamical Systems*. XIX CEDYA/IX Congreso de Matemática Aplicada, 2005.
- [Ria-a] R. Riaza, Time-domain properties of reactive dual circuits. International Journal of Circuit Theory and Applications, Vol. 34, 317- 340 (2006).
- [Ria-b] R. Riaza, Singularities of differential-algebraic systems, International Congress of Mathematicians, Madrid, August 2006.
- [RiaMar] R. Riaza and R. März, Singularities of differential-algebraic equations. Oberwolfach Workshop on Differential-Algebraic Equations, Oberwolfach, 2006.
- [RivZuf] C. Rivero and P. J. Zufiria, *Maximum Likelihood Estimation of the Decoupling Parameters in a GEM-based RBF Training Algorithm with Censored Data*, IEEE Int. Symposium on Intelligent Signal Processing, pp. 159-164, 2005.

[ZufBer] P. Zufiria and J. A. Berzal, *Analysis of hebbian models with lateral weight connections*, Int. Work-Conference on Artificial Neural Networks, 2007. (Aceptado)

2.2. Colaboración y contactos

El proyecto está siendo un elemento de enlace con grupos en la Universidad Complutense de Madrid, con la Universidad Rey Juan Carlos, con la Cyprus University, con el Institut for Mathematics en la Humboldt University of Berlin, y con el Institute for Systems Theory and Automatic Control en la University of Stuttgart.

La actividad realizada ha permitido contactar con otros grupos de investigación (en la Universidad de Valladolid, Universidad Politécnica de Cataluña, Universidad de Girona, Universidad de Sevilla y la Universidad Politécnica de Valencia) que trabajan en Diagnóstico de fallos desde diferentes perspectivas. Se ha elaborado una solicitud conjunta de ayuda para Acciones Complementarias en el Ministerio de Educación y Ciencia con la finalidad de crear una nueva Red temática de Supervisión y Diagnóstico de Sistemas Complejos.

Vinculados a esa propuesta están las empresas Deimos Space, S. L. y la fundación TEKNIKER. Asimismo DAEDALUS, S.A. realiza un seguimiento de los resultados.

Finalmente, el desarrollo de nuevos modelos neuronales para reducción de dimensionalidad ha permitido abrir nuevos contactos con los grupos *Visión por computador*, *Robótica y percepción computacional* y *Grupo de tratamiento de imágenes* de la Universidad Politécnica de Madrid, así como profesores de la Universidad Complutense de Madrid. Estos contactos se han materializado en la elaboración de una propuesta para la convocatoria 2007 del Plan Nacional, liderada por nuestro grupo.

3. Proyecto presentado en convocatoria 2007

El título del proyecto es *Diagnóstico de fallos en sistemas complejos combinando modelos analíticos y técnicas de aprendizaje basadas en datos*. La propuesta involucra a dos profesores adicionales con experiencia en geometría diferencial para contribuir en la implementación de técnicas no lineales de reducción de dimensionalidad.

Así, por un lado, se pretende consolidar de forma pionera el modelado mediante sistemas dinámicos en tiempo continuo, con componentes estocásticas. Por otro lado, se plantea de forma novedosa un enfoque unificado del diagnóstico de fallos complementando métodos basados en un modelo analítico del sistema con técnicas basadas en datos. Finalmente, se plantea de forma innovadora el empleo de modelos neuronales con la doble finalidad de identificar partes del sistema con estructura desconocida (incluida la función de cambio) así como implementar, previa generación de datos proyectados, las transformaciones no lineales de reducción de dimensionalidad.

4. Comentarios adicionales

Se acaba de adquirir, con cargo a una ayuda de la UPM, una plataforma de control de direccionamiento de un láser, para contrastar los esquemas analíticos.

Modelización Estocástica y Predicción con Datos Funcionales
MTM2004-05992
UNIVERSIDAD DE GRANADA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Mariano J. Valderrama Bonnet (IP)
Ana M. Aguilera del Pino
Francisco A. Ocaña Lara
Paula Rodríguez Bouzas
Manuel Escabias Machuca

1. Introducción

Una de las líneas de investigación en el campo de la estadística que ha logrado mayor auge en la última década es el análisis de datos funcionales (FDA), como una combinación de los métodos propios de la teoría de procesos estocásticos en tiempo continuo y del análisis funcional aplicados a la modelización y análisis de datos reales (Valderrama, 2007). Así, desde un punto de vista conceptual, en el planteamiento del FDA no se formulan hipótesis sobre las distribuciones de probabilidad de los procesos estocásticos subyacentes a los datos objeto de estudio, siendo la información muestral (en forma de un conjunto de curvas) la única disponible.

Dentro de esta temática, el presente proyecto se centraba en el desarrollo de modelos predictivos para datos funcionales, los cuales son básicamente de dos tipos: modelos de predicción en componentes principales (PCP) para predecir un proceso en tiempo continuo en un intervalo de tiempo futuro a partir de sus observaciones en tiempo discreto y no necesariamente igualmente espaciadas en el pasado, y modelos de regresión logística funcional para predecir una variable de respuesta binaria en base a la evolución temporal de una variable cuantitativa. Los principales objetivos que se fijaron en el proyecto pueden resumirse en los cuatro siguientes:

1. Desarrollar nuevos procedimientos de estimación basados en aproximación wavelet de las funciones muestrales que permitieran explicar de forma más precisa su comportamiento local, aplicando esta aproximación a la estimación de modelos PCP y a la intensidad de procesos de Poisson doblemente estocásticos (PPDE) a partir de datos discretos.
2. Desarrollar modelos de predicción mixtos basados en la fórmula de reconstrucción del proceso mediante análisis en componentes principales (ACP) y en la modelización temporal de las componentes principales o los residuos del modelos, bien mediante procesos ARIMA o a través de modelos de espacio de estados.
3. Introducir en los modelos de regresión logística funcional variables explicativas (tanto cualitativas como cuantitativas) distintas de la funcional, y resolver el problema de estimación mediante la aproximación en subespacios de dimensión finita.

4. Desarrollar un programa computacional bajo Windows que integre las metodologías predictivas basadas en ACP funcional.

Para la ejecución del proyecto se concedió una subvención total de 14.720 € (12.800 € para gastos de ejecución y 1.920 € en concepto de gastos indirectos), dividida en tres anualidades de 5.888 € la primera y 4.416 € las otras dos, costes indirectos incluidos.

2. Resultados obtenidos

Respecto al primer objetivo, el cómputo de estimaciones en el ACP funcional a partir de datos discretos se basa usualmente en la aproximación de las curvas muestrales en términos de una cierta base (*splines*, *wavelets*, funciones trigonométricas, etc.) y una estructura geométrica en el espacio de los datos (espacios de *Sobolev*, etc.). En este sentido, los esfuerzos computacionales se han enfocado hacia el desarrollo de algoritmos para aproximar esas estimaciones seleccionando previamente una técnica eficiente y una estructura geométrica conveniente. Así, en Ocaña *et al.* (2007) se desarrolla un procedimiento para formular el algoritmo de cómputo para los estimadores del ACP funcional en un contexto general. El algoritmo resultante se basa en el PCA clásico multivariante de un cierto vector aleatorio y se puede implementar en la mayoría de los paquetes estadísticos.

En cuanto a la aproximación de la densidad de un PPDE, en Bouzas *et al.* (2006a) se ha obtenido forma explícita la expresión del funcional característico y, como consecuencia, las de sus distribuciones finito-dimensionales. Como aplicación se estudió el proceso de Poisson cuya intensidad es un proceso de banda estrecha, consiguiendo una fórmula de recurrencia para la función de probabilidad, así como la expresión de su función característica y covarianza. Así mismo, en Bouzas *et al.* (2006b) se desarrolla una metodología *ad hoc* para la estimación de un PPDE del que únicamente se conocen una o varias trayectorias observadas. El método consiste en estimar puntualmente trayectorias de la media estocástica del proceso, la reconstrucción funcional de las mismas conservando la propiedad analítica de no decrecimiento de las mismas y la aplicación del análisis de datos funcionales adaptado a las trayectorias interpoladas monótonas. Como extensión de este trabajo, Bouzas *et al.* (2007) estudian el denominado proceso de Cox compuesto para espacio de marcas numerable y no numerable. Como consecuencia, se obtiene la expresión de la intensidad y la media del PPDE con marcas en un subconjunto del espacio de marcas del proceso inicial, que resulta ser también un proceso de Cox compuesto.

Dentro del objetivo segundo del proyecto se han utilizado resultados teóricos sobre modelos PCP, previamente desarrollados por el grupo de investigación, y el trabajo se ha enfocado al desarrollo de modelos híbridos entre ACP funcional y procesos ARIMA, con especial énfasis en las aplicaciones medioambientales. Así, para predecir la concentración atmosférica de polen de ciprés en función de la temperatura ambiental, Ocaña-Peinado *et al.* (2007) construyeron un modelo de función de transferencia con una variable de intervención multiplicativa, aproximando el proceso de inercia asociado mediante componentes principales. Por otra parte, y

vinculado al tercer objetivo, en Aguilera *et al.* (2007a) se desarrolló un modelo de respuesta binaria en términos del ACP funcional para el grado de humedad en un área geográfica a partir de observaciones temporales.

Una forma alternativa para lograr la modelización consistió en formular un sistema de estados no estacionario para ciertas clases de procesos estocásticos en tiempo continuo con estructura de covarianza conocida. Así, Ortega y Escabias (2007) obtienen la expresión de los estimadores mediante filtrado de *Kalman* tras utilizar el carácter recurrente de las derivadas de los factores principales del correspondiente desarrollo de *Karhunen–Loève* del proceso.

El modelo de regresión logística es el método utilizado para modelar una variable binaria en términos de un conjunto de variables explicativas. La estimación de este modelo en presencia de multicolinealidad presenta graves problemas en la precisión de los estimadores. Para resolver dicho problema así como el de la alta dimensión que a menudo aparece se abordó, como objetivo tercero del proyecto, el modelo de regresión logística en componentes principales aportando diversos métodos de selección de las componentes para la estimación óptima de los parámetros del modelo (Aguilera *et al.*, 2006).

Por otra parte, el modelo de regresión logística funcional generaliza el múltiple para el caso de una variable explicativa funcional, pasando los métodos usuales de estimación por un análisis múltivariante del modelo funcional que suele tener problemas de multicolinealidad y alta dimensión que hasta ahora se había resuelto mediante el uso de ACP funcional. En el marco del actual proyecto de investigación, y como alternativa al uso de ACP funcional, se ha utilizado regresión PLS que consiste en sustituir las covariables de un modelo de regresión por un conjunto de variables latentes ortogonales, obtenidas mediante combinaciones lineales de las originales, que maximizan la covarianza con la respuesta. Además, se han comparado diversos métodos de selección de componentes PLS en el ámbito del modelo logístico funcional y se ha propuesto un método que mejora la estimación de la función parámetro del modelo (Escabias *et al.*, 2006, 2007).

Finalmente, el cuarto objetivo consistía el desarrollar un software que permitiera implementar las metodologías de estimación y predicción basadas en el ACP funcional. Hasta el momento los cálculos se realizan mediante el programa SMCP2, desarrollado por investigadores del equipo, que se trata de un programa en lenguaje Pascal que, aunque es ejecutable bajo Windows, no proporciona al usuario el nivel de amigabilidad de los programas comerciales usuales en dicho sistema operativo. En este sentido, el proyecto incluía la petición de un becario de investigación con conocimientos sólidos en programación cuya misión era el desarrollo de un interface que facilitara el manejo del programa por parte del usuario, pero dicha solicitud fue desestimada por el organismo competente para la concesión de proyectos.

Referencias citadas (todas derivadas del propio proyecto)

Aguilera AM, Escabias M, Valderrama MJ (2006): Using principal components for estimating logistic regression with high dimensional multicollinear data. *Computational Statistics and Data Analysis*, 50 (8), 1905-1924.

- Aguilera AM, Escabias M, Valderrama MJ (2007): Forecasting binary longitudinal data by a functional PC-ARIMA model. *Computational Statistics and Data Analysis*, 22(3), en prensa.
- Bouzas PR, Valderrama MJ, Aguilera AM (2006a): On the characteristic functional of a doubly stochastic Poisson process: application to a narrow-band process. *Applied Mathematical Modelling*, 30 (9), 1021-1032.
- Bouzas PR, Valderrama MJ, Aguilera AM, Fuentes NR (2006b): Modelling the mean of a doubly stochastic Poisson process by functional data analysis. *Computational Statistics and Data Analysis*, 50 (10), 2655-2667.
- Bouzas PR, N. Ruiz-Fuentes, F.M. Ocaña-Peinado (2007): Functional approach to the random mean of a compound Cox process. *Computational Statistics*, 22(3), en prensa.
- Escabias M, Aguilera AM, Valderrama MJ (2006): A model selection criterion for functional PLS logit regression. *Proceedings in Computational Statistics 2006* (A. Rizzi and M.Vichi, eds), Physica-Verlag, 1097-1104.
- Escabias M, Aguilera AM, Valderrama MJ (2007): Functional PLS logit regression. *Computational Statistics and Data Analysis*, en prensa.
- Ocaña-Lara F, Aguilera AM, Escabias M (2007): Computational considerations on functional principal component analysis. *Computational Statistics*, 22(3), en prensa.
- Ocaña-Peinado F, Valderrama MJ, Aguilera AM (2007): A transfer function-principal components model to forecast air pollen concentration. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, en prensa.
- Ortega M, Escabias M (2007): On a state-space modelling for functional data. *Computational Statistics*, en prensa.
- Valderrama MJ (2007): An overview to modelling functional data. *Computational Statistics*, en prensa.

3. Proyecto solicitado en la convocatoria 2007

Continuando la línea de investigación del equipo, especialmente en el desarrollo de modelos predictivos de tipo funcional, se ha solicitado a la Subdirección General de Proyectos de Investigación financiación para ejecutar el proyecto *Desarrollo de aplicaciones psicomédicas y métodos de estimación PLS y ACP de modelos de regresión funcional* (código MTM2007-63793), siendo IP la Profesora Ana María Aguilera del Pino. Este proyecto tiene como punto de partida el desarrollo de modelos estadísticos de regresión funcional que resuelvan el problema de estimación y predicción de cierta variable de respuesta a partir de uno o varios predictores funcionales cuyas observaciones son curvas muestrales que en la práctica sólo son observadas en un conjunto finito de instantes de tiempo no necesariamente igualmente espaciados.

**Análisis, selección y validación bayesianos de modelos
espaciales y temporales en Epidemiología y Medio Ambiente**
MTM2004-03290
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Juan José Abellán Andrés
Carmen Armero Cervera
María Jesús Bayarri García (IP)
David Conesa Guillén
Virgilio Gómez Rubio
Antonio López Quílez
Rut López Sánchez
M^a Eugenia Castellanos Nueda
Gonzalo García-Donato Layrón
M^a Asunción Martínez Mayoral
Javier Morales Socuéllamos
Pilar Sanmartín Fita

1. Introducción

El contenido de esta sección presenta las características generales del proyecto en relación a la temática, objetivos, equipo y financiación recibida.

TEMÁTICA:

Se trata de un proyecto estadístico en el ámbito de la modelización y análisis de fenómenos reales de tipo epidemiológico y medioambiental a partir de distintas fuentes de información (medioambientales, geográficas, sociales, demográficas, sanitarias, económicas, etc.). Su carácter es fundamentalmente metodológico aunque con un especial interés en la difusión y transferencia de conocimientos al desarrollo social.

OBJETIVOS:

El objetivo es la investigación e implantación de procedimientos bayesianos en modelos de estadística espacial y temporal. En este marco general en el que se ubica el proyecto hemos planteado diferentes líneas de actuación:

1. Investigación y desarrollo de modelos de predicción espacial y temporal para la evaluación de riesgos relativos y detección de posibles agentes etiológicos y medioambientales.
2. Estudio y aplicación de procedimientos de selección de modelos y covariables. Validación y crítica de modelos que permitan evaluar su capacidad predictiva y su adecuación al problema real que pretenden modelizar.

EQUIPO:

El grupo investigador del proyecto es el que figura en el encabezamiento de este documento, todos sus miembros están adscritos al área de conocimiento *Estadística e Investigación Operativa* y la entidad solicitante es la Universitat de València.

El equipo vinculado a Universitat de València está formado por 7 investigadores, todos ellos adscritos al Departamento de Estadística e Investigación Operativa: la profesora María Jesús Bayarri García, catedrática de universidad e IP del proyecto; los profesores titulares de universidad Carmen Armero, David Conesa y Antonio López; Juan José Abellán Andrés, profesor asociado a tiempo parcial; y Rut López Sánchez y Virgilio Gómez Rubio, ambos como becarios predoctorales. En la actualidad, Juan José Abellán y Virgilio Gómez trabajan en el Imperial College London y Rut López es profesora de secundaria.

El resto de investigadores esta formado por M^a Asunción Martínez Mayoral y Javier Morales Socuéllamos, profesora titular de escuela universitaria y profesor colaborador, respectivamente, en el Departamento de Estadística, Matemáticas e Informática de la Universidad Miguel Hernández; la profesora Pilar Sanmartín Fita, titular de escuela universitaria en el departamento de Matemática aplicada y Estadística de la Universidad Politécnica de Cartagena; M^a Eugenia Castellanos Nueda, profesora contratada doctora en el Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Rey Juan Carlos; y Gonzalo García-Donato Layrón, profesor asociado a tiempo completo en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Castilla-La Mancha

FINANCIACIÓN RECIBIDA:

La cantidad total recibida ha sido de 61 640 euros repartidos en tres anualidades (años 2005, 2006 y 2007). Recibimos 24 656 euros para la primera anualidad, 18 492 para la segunda y 18 492 para el tercer y último periodo.

2. Principales resultados obtenidos y técnicas utilizadas

En los últimos años, la estadística bayesiana se ha convertido en una metodología eficaz, cada vez más conocida y utilizada para analizar datos provenientes de escenarios reales con altas dosis de incertidumbre y complejidad.

Entre las propuestas y resultados metodológicos del proyecto relacionados con la evaluación de procedimientos integrados de selección y crítica de modelos empezaremos comentando los trabajos relativos a la determinación de distribuciones a priori. La esencia de la metodología introducida y estudiada subyace en una novedosa generalización de las distribuciones a priori propuestas por Jeffreys (1961). Dicha generalización, a la que hemos bautizado como “Divergence based (DB) priors”,

ha dado lugar, entre otros, a los trabajos de Bayarri y García-Donato (2007) y García-Donato y Sun (2007), que son, respectivamente, investigaciones encaminadas a valorar el funcionamiento de esta nueva propuesta en contrastes de hipótesis de modelos lineales normales y en modelos con efectos aleatorios. En esta misma línea, queremos citar también el trabajo de Bayarri, Castellanos y Morales (2006) en el que se proponen procedimientos Bayesianos de selección de modelos a través de algoritmos de cadenas de Markov Monte Carlo para el muestreo de distribuciones condicionales sin una expresión analítica conocida

También en el plano estrictamente metodológico, aunque con una componente de aplicación muy elevada, queremos citar el trabajo de Molina, Bayarri y Berger (2005) en métodos bayesianos para el desarrollo de modelos computacionales en tráfico de vehículos y el trabajo de Morales *et al.* (2007) en modelos de colas bayesianas en el que se realizan y analizan diferentes criterios para el diseño de un sistema de colas con servidores de reserva.

En cuanto a la investigación y desarrollo en modelos de predicción espacial y temporal, queremos destacar el trabajo de Allepuz *et al.* (2007) sobre la distribución espacial del riesgo de encefalopatía espongiiforme bovina en Galicia durante el periodo de 2000 a 2005, el artículo de Abellán *et al.* (2006) en el que se propone un modelo de colas para analizar la lista de espera de trasplantes de riñón del País Valencià y el *Atlas de Mortalidad de la Comunidad Valenciana, 1991-2000* de Martínez-Beneito *et al.* (2005) en el marco de los métodos bayesianos de cartografía de enfermedades en áreas pequeñas con suavización de tasas. En esta misma línea de investigación el grupo también está trabajando en otros temas como el estudio de la distribución espacial de melocotoneros infectados por *Sharka* en una parcela a través de técnicas de procesos puntuales y mixturas de funciones kernel, la determinación de factores sobre la presencia-ausencia de aves en las balsas de riego mediante modelos geoestadísticos bayesianos, detección de umbrales de alerta epidémica en gripe a través de modelos de Markov ocultos, estudio de alertas de infecciones por *Streptococcus pneumoniae* adaptando la metodología empleada en el seguimiento de la gripe a la vigilancia microbiológica, estudio de las resistencias microbianas en las infecciones por *Staphylococcus aureus meticilín resistentes* con modelos lineales generalizados mixtos que incluyan características individuales y factores agregados a nivel hospitalario, etc.

REFERENCIAS:

Allepuz A., López-Quílez A., Forte A., Fernández, G. and J. Casal (2007). Spatial analysis of bivariate spongiform encephalopathy in Galicia, Spain (2000-2005). *Preventive Veterinary Medicine*, 79(2): 174-185.

Abellán J.J., Armero C., Conesa D., Pérez-Panadés J., Zurriaga O., Martínez-Beneito M.A., Vanaclocha H. and M.J. García-Blasco (2006) Analysis of the Renal Transplant Waiting list in the País Valencià (Spain). *Statistics in Medicine*, 25(2): 345-358.

Bayarri M.J., Castellanos M.E. and J. Morales (2006). MCMC Methods to approximate conditional predictive distributions. *Computational Statistics and Data*

Analysis, 51/2, pp 621-640.

Bayarri M.J. and G. García-Donato (2007). Extending conventional priors for testing general hypothesis in linear models. *Biometrika* (in press).

Jeffreys, H. (1961). *Theory of Probability*. (3rd ed.) Oxford Univ. Press.

García-Donato G. and D. Sun (2007). Objective Priors for Model Selection in One-Way Random Effects Models. *The Canadian Journal of Statistics* (in press).

Martínez-Beneito M.A., López-Quílez A., Amador A., Melchor I., Botella P., Abellán C., Abellán J.J., Verdejo F., Zurriaga O., Vanaclocha H. y M. Escolano. (2005) *Atlas de Mortalidad de la Comunidad Valenciana, 1991-2000* Editorial: Generalitat Valenciana. Conselleria de Sanitat. Valencia. ISBN: 84-482-4166-5.

Molina G., Bayarri M.J. and J. Berger (2005). Statistical Inverse Analysis for a Network Microsimulator. *Technometrics*, 47(4): 388-398.

Morales J., Castellanos M. E., Mayoral A. M., Fried R. and C. Armero. (2007) Bayesian design in queues: An application to aeronautic maintenance. *Journal of Statistical Planning and Inference* (in press).

3. Nuevo proyecto presentado en la convocatoria 2007

En la convocatoria de ayudas de Proyectos de Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico del Plan Nacional de I+D+I (2004-2007) hemos solicitado una ayuda para el proyecto de investigación básica titulado *Métodos bayesianos objetivos en Salud Pública y Medio Ambiente* cuyo objetivo es la construcción de herramientas bayesianas objetivas que permitan analizar y resolver con éxito las complejidades específicas en el análisis de datos procedentes de sistemas de información sanitaria y medioambiental.

Este proyecto mantiene el mismo equipo investigador básico, con la profesora María Jesús Bayarri como IP nuevamente, al que se han añadido cuatro investigadores en formación y el profesor James Berger (Arts and Sciences Professor of Statistics at Duke University y director del Statistical and Applied Mathematical Sciences Institute, SAMSI) que es una autoridad mundial en el tema.

4. Comentarios adicionales

Desde la fecha en que nos fue concedido el proyecto, 13 de diciembre de 2004, hasta el momento en el que hemos redactado este documento, 20 de marzo de 2007, nuestro trabajo se resume en la publicación, o confirmación de la aceptación para su posterior de publicación, de 35 artículos, 23 de ellos en revistas con factor de impacto y estamos pendientes de la evaluación de 11 trabajos. Hemos presentado 81 comunicaciones en reuniones científicas, 55 en congresos internacionales y hemos dirigido 3 tesis doctorales y 5 trabajos de investigación.

Modelización estadística para datos con implantación espacial
y evolución temporal. Aplicaciones en tablas dinámicas de mortalidad
y potenciales evocados en Psicología y Neurofisiología

MTM2004-06231

UNIVERSIDAD JAUME I DE CASTELLÓN

MIEMBROS DEL EQUIPO

Jorge Mateu (IP)
Pablo Gregori
Pablo Juan
Juan Carlos Oliver
Fuensanta Saura
Francisco Montes
Ana María Debón
Francisco Martínez

1. Introducción

1.1. Equipo y financiación recibida

El proyecto MTM2004-06231 está constituido por 8 miembros procedentes de varios departamentos y universidades. En particular los miembros Jorge Mateu (IP), Pablo Gregori, Pablo Juan y Fuensanta Saura proceden del Departamento de Matemáticas de la Universitat Jaume I de Castellón, Juan Carlos Oliver procede del Departamento de Metodología de la Universitat Jaume I de Castellón, Francisco Montes y Francisco Martínez proceden del Departamento de Estadística e I.O. de la Universidad de Valencia, y finalmente Ana María Debón pertenece al Departamento de Estadística e I.O. de la Universidad Politécnica de Valencia.

Hay que hacer notar que durante el 2006 se produjo la baja de Fuensanta Saura pero al mismo tiempo contamos con la incorporación del Doctor Emilio Porcu quien venía trabajando con el grupo desde el 2005.

La financiación recibida por parte del Ministerio ha sido la siguiente: (a) **Personal** 14.400,00 Euros; (b) **Costes de ejecución** 35.600,00 Euros; (c) **Costes directos** 50.000,00 Euros.

1.2. Temática y objetivos

La complejidad de la mayoría de fenómenos reales es que virtualmente cualquier proceso lleva consigo una variabilidad en el espacio y tiempo. Una posibilidad de modelización de datos espacio-temporales es considerar los datos como series temporales separadas pero correlacionadas en el espacio. Otro acercamiento al problema de la variabilidad espacio-temporal es mediante el uso de técnicas geoestadísticas. Pero uno y otro método tienen el inconveniente de estudiar separadamente ambas componentes, lo que sin duda es una solución parcial e insuficiente al problema. El

proyecto pretende un acercamiento al problema de la modelización que tenga en cuenta ambas componentes simultáneamente para dar soluciones concretas a ciertas problemáticas reales. En particular, se pretende hacer un mayor énfasis en la *modelización espacio-temporal de potenciales evocados sobre datos de actividad cerebral*, y en el *desarrollo de modelos que nos permitan estimar la dinamicidad intrínseca en una tabla de mortalidad y realizar predicciones*.

Para llevar a cabo este proyecto, el énfasis se centra en el desarrollo metodológico de modelos para datos con implantación espacial y evolución temporal. Esto implica la obtención de nuevas estructuras espacio-temporales, en particular de nuevas familias de covarianzas espacio-temporales que sean capaces de modelar situaciones de no separabilidad o situaciones que violen la hipótesis genérica de estacionariedad o isotropía. Definidas estas nuevas familias de covarianzas, se analizará su posterior ajuste a datos provenientes de problemas reales (muchos de ellos medioambientales), y de forma particular a potenciales evocados y tablas de mortalidad dinámicas. Por ello, también se tratarán temas de inferencia y ajuste de covarianzas espacio-temporales.

2. Principales resultados obtenidos y técnicas utilizadas

Un resumen (basado sólo en artículos y libros) de los principales resultados científicos es el siguiente. Las técnicas utilizadas se pueden englobar en los siguientes puntos: (a) *Modelos de procesos puntuales espaciales y espacio-temporales*. Utilizamos técnicas espectrales, métodos de MCMC (simulated annealing, Metropolis) y elementos de ecuaciones diferenciales estocásticas para la proposición de modelos de movimiento de partículas; (b) *Modelos de covarianza espacio-temporal*. Utilizamos métodos de teoría funcional (operadores a soporte compacto, funciones Bernstein, funciones completamente monótonas, etc), análisis de Fourier para densidades espectrales, teoría de copulas y métodos de inferencia basados en composite likelihood.

Artículos en JCR (EIO) y Libros

1. R. Stoica, P. Gregori & **J. Mateu** (2005). Simulated annealing and object point processes: tools for analysis of spatial patterns. *Stochastic Processes and their Applications*, **115**, 1860-1882.
2. **J. Mateu** & F. Saura (2005). Discussion to the paper *Residual analysis for spatial point processes* by Baddeley, Turner, Møller & Hazelton. *Journal of the Royal Statistical Society B*, **67**, 617-666.
3. A. Debón, F. Montes & R. Sala (2005). A comparison of parametric models for mortality graduation. Application to mortality data of the Valencia region (Spain). *Statistics and Operations Research Transactions*, **29(2)**, 269-287.
4. F. Saura & **J. Mateu** (2006). Estimating mark functions through spectral analysis for marked point patterns. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, **35(5)**, 1-25.

5. K. Yu, **J. Mateu** & E. Porcu (2006). A kernel-based method for nonparametric estimation of variograms. *Statistica Neerlandica*, **60** (3), 1-25.
6. C. Comas & **J. Mateu** (2006). Modelling forest dynamics: a perspective from point process methods. *Biometrical Journal*, **48** (5), 1-21.
7. E. Porcu, P. Gregori & **J. Mateu** (2006). Nonseparable stationary anisotropic space-time covariance functions. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **21**, 113-122.
8. E. Porcu, **J. Mateu**, A. Zini & R. Pini (2006). The Dagum family for spatio-temporal modelling. *Advances in Applied Probability*, **37**, 1-17.
9. H.C. Huang, F. Martínez, **J. Mateu** & F. Montes (2006). Model comparison and selection for stationary space-time models. *Computational Statistics and Data Analysis*, DOI: 10.1016/j.csda.2006.07.038.
10. E. Renshaw, **J. Mateu** & F. Saura (2006). Disentangling mark/point interaction in marked point processes. *Computational Statistics and Data Analysis*, DOI: 10.1016/j.csda.2006.07.035.
11. E. Porcu, P. Gregori & **J. Mateu** (2006). La descente et la montée étendues: the spatially d-anisotropic and the spatio-temporal case. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, DOI: 10.1007/s00477-006-0079-9.
12. A. Debón, F. Montes & F. Puig (2006). Modelling and forecasting mortality in Spain. *European Journal of Operation Research*, accepted.
13. A. Debón, F. Montes & R. Sala (2006a). A comparison of models for dynamical life tables. Application to mortality data of the Valencia region (Spain). *Lifetime Data Analysis*, **12**(2), 223-244.
14. A. Debón, F. Montes & R. Sala (2006b). A comparison of nonparametric methods in the graduation of mortality: application to data from the Valencia region (Spain). *International Statistical Review*, **74**(2), 215-233.
15. C. Comas & **J. Mateu** (2006). On soft- and hard-particle motions for stochastic marked point processes. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, DOI: 10.1080/10629360600864217.
16. A. Debón, F. Montes, **J. Mateu**, E. Porcu & M. Bevilacqua (2006). Modelling residuals dependence in dynamic life tables: a Geostatistical approach. Submitted to *Computational Statistics and Data Analysis*.
17. E. Porcu, **J. Mateu**, A. Zini & R. Pini (2007). Modelling spatio-temporal data: a new variogram and covariance structure proposal. *Statistics and Probability Letters*, **77**, 83-89 (2007).
18. *Case Studies in Spatial Point Process Modeling* (2005). A. Baddeley, P. Gregori, **J. Mateu**, R. Stoica & D. Stoyan (Eds). Lecture Notes in Statistics, **185**, Springer-Verlag. ISBN: 0-387-28311-0.

19. *Modelos espacio-temporales para la evaluación y caracterización de índices de riesgo de incendios forestales en la Comunidad Valenciana* (2006). **J. Mateu**, P. Gregori, P. Juan, F. Saura & A. Calle. Davalos-Fletcher. ISBN: 84-689-7396-3. Depósito Legal: CS-85-2006.

Dentro del contexto del proyecto MTM2004, se han realizado otras actividades científicas de interés. Algunas de ellas son las siguientes: (a) Defensa de 2 tesis doctorales y otras 2 en ejecución; (b) Organización de un seminario internacional en Junio de 2006 sobre *International Seminar on special functions with a view on building space-time covariance functions*; (c) Colaboración con científicos internacionales de más de 10 países.

3. MTM2007-62923

El nuevo proyecto de Ministerio con referencia MTM2007-62923 y titulado *Nuevos desarrollos en la teoría de covarianzas espacio-temporales y sus aplicaciones*, está formado por los siguientes miembros: Jorge Mateu (IP, UJI), Pablo Gregori (UJI), Emilio Porcu (UJI), Pablo Juan (UJI), Francisco Montes (UV), Ana María Debón (UPV), Francisco Martínez (UV), Maria Luisa Abril (UV) y Emilia López (UV). Se trata de un proyecto con clara vertiente continuadora respecto al MTM2004, utilizando los resultados de dicho proyecto y afrontando nuevos retos dentro del campo de la teoría de covarianzas espacio-temporales.

Algunas palabras clave que fundamentan este proyecto son las siguientes: Campos aleatorios espacio-temporales, Desigualdades tipo Jensen, Funcionales arquimedeanos, Funcionales quasi-aritméticos, Funciones de Bernstein, Funciones completamente monótonas, Geoestadística espacio-temporal, No separabilidad, Simetría completa, Transformadas de Laplace bivariantes.

El objetivo general de este proyecto de investigación es el desarrollo de nuevas clases teóricas de funciones de covarianza espacio-temporal para modelar situaciones de no separabilidad, no estacionariedad y anisotropía. En particular algunos de nuestros **objetivos son**:

1. Construcción de nuevas clases de funciones de covarianzas estacionarias y no separables que puedan ser utilizadas en problemas de anisotropía zonal y geométrica.
2. Construcción de nuevas clases para la modelización de datos espacio-temporales no estacionarios. Para ello, entraremos en el terreno del “spatial adapting” y “spectral tempering” sobre densidades espectrales para obtener funcionales arquimedeanos generados por funciones completamente monótonas.
3. Construcción de nuevas clases de covarianzas basadas en funciones a soporte compacto, tales como la función de Golubov.
4. Construcción de nuevas clases de covarianzas espacio-temporales a través de medias quasi-aritméticas. Desarrollaremos ciertas desigualdades tipo Jensen, y relaciones de orden y preferencia entre funciones de covarianza.

**Geometría de superficies: superficies mínimas
y otras condiciones de curvatura**
MTM2004-02746
UNIVERSIDAD DE GRANADA

MIEMBROS DEL EQUIPO

José Antonio Gálvez López
Antonio Martínez López
Francisco Milán López
Joaquín Pérez Muñoz
Antonio Ros Mulero (IP)
Magdalena Rodríguez Pérez
Juan Angel Aledo Sánchez
Pablo Mira Carrillo
William H. Meeks III

1. Introducción: temática, objetivos, equipo y financiación

El proyecto se centra en varios temas del Análisis Geométrico. Los objetivos principales son cinco:

Superficies mínimas. Aquí se plantean objetivos de clasificación de superficies mínimas completas y sin autointersecciones con género cero en 3-variedades llanas y completas, fijando una topología (género y número de finales) o bien otras condiciones geométricas. También estamos interesados en resultados descriptivos de la estructura conforme y comportamiento asintótico de superficies mínimas en este tipo de ambientes, y en la producción de ejemplos novedosos que aporten luz a conjeturas existentes o abran nuevas vías de investigación.

Minimización del área y problema isoperimétrico. Dada una variedad 3-dimensional tratamos de estudiar las superficies de menor área entre todas las que satisfacen una ligadura geométrica natural de tipo topológico o métrico. Un caso concreto que nos interesa es el llamado *problema isoperimétrico periódico*: en este caso tenemos un grupo cristalográfico G en el espacio y consideramos superficies que encierran regiones invariantes por el grupo. Intentamos determinar la superficie de menor área (modulo el grupo) entre todas las que encierran una fracción de volumen dada. También los mínimos locales son objetos interesantes ya pueden utilizarse para modelar ciertas interfaces que se presentan en cristalografía y en ciencia de materiales.

Superficies de curvatura constante. La curvatura de Gauss juega un papel central en Geometría y aparece ligada de manera natural a la ecuación en derivadas parciales de Monge-Ampère. Este hecho junto con la aplicación de técnicas de variable compleja nos ha permitido resolver varios problemas sobre la curvatura en distintos espacios ambiente. En particular, uno de nuestros principales objetivos ha sido el estudio de superficies con curvaturas de Gauss constante o curvatura media

constante en espacios homogéneos, los cuales están recibiendo un enorme interés en estos últimos años.

Superficies en la Geometría Afín. Esta es una línea de estudio clásica que ha recibido un notable desarrollo en los últimos treinta años gracias a la utilización de nuevas técnicas analíticas y de variable compleja. Nuestro esfuerzo en este campo se ha centrado en la construcción de nuevos ejemplos de curvatura constante, su clasificación y la descripción de las singularidades aisladas de las esferas afines impropias desde un punto de vista local y global.

2. Principales resultados obtenidos

En lo que respecta a superficies mínimas de topología finita en 3-variedades llanas, destacamos la clasificación debida a Pérez y Traizet [PT] de las superficies mínimas, completas y embebidas en cualquier cociente de \mathbf{R}^3 por una traslación, con género cero y cualquier cantidad finita de finales de tipo Scherk. Este espacio de moduli es identificable al espacio de polígonos convexos unitarios con el mismo número de lados que finales se están considerando. M. Rodríguez [R1,R2] y Mazet, Rodríguez y Traizet [MRT] obtienen otros resultados en esta dirección. En particular construyen el primer ejemplo de una superficie mínima periódica de género zero con un final límite. Pérez [P] clasifica las superficies mínimas completas, embebidas y estables con crecimiento de área cuadrático en \mathbf{R}^3 cuyo borde es una línea recta.

Resultados previos de algunos miembros del proyecto superficies establecían que no existen superficies mínimas embebidas en \mathbf{R}^3 con género finito, infinitos finales pero un sólo final límite. También se describía la geometría de las superficies con dos finales límite (el número de finales límite no puede ser mayor que dos, en esta familia). Un problema abierto central en esta línea conjetura que en el caso de género cero, las únicas superficies posibles son la familia 1-paramétrica de ejemplos de Riemann. A lo largo de este proyecto hemos avanzado en la resolución de esta conjetura, mediante una mayor comprensión de los posibles límites de sucesiones de superficies mínimas de género finito pero posiblemente topología infinita, un problema abierto donde la principal herramienta es la teoría de laminaciones mínimas. En esta línea destacamos el trabajo [MPR1], donde se dan entre otros resultados una respuesta parcial de la conjetura de Hoffman-Meeks que acota el número de finales posible para una superficie mínima embebida con curvatura total finita en términos de su género.

En [MPR5], Meeks, Pérez y Ros estudian cuando una superficie mínima periódica admite funciones subarmónicas o armónicas no constantes, tanto con signo como acotadas.

En cuanto a las superficies que minimizan el área dentro de una familia natural, Ros [Ros1] ha demostrado que la única superficie estable (esto que minimiza el área hasta la segunda derivada) y completa en \mathbf{R}^3 es el plano. Este es un resultado básico de la teoría de superficies mínimas que había sido demostrado previamente sólo en el caso orientable. También clasifica las superficies de menor área en una clase de homología de \mathbf{R}^3/G , donde G es el grupo generado por una o dos traslaciones.

Respecto del problema isoperimétrico periódico, Ros [Ros2] describe completamente la topología y la geometría de las soluciones estables en el caso de que las simetrías vengan dadas por traslaciones, culminando un gran número de resultados parciales previos. Es interesante observar como la clasificación dada en [Ros2] coincide con ciertas mesofases que aparecen en el estudio de los copolímeros dibloque y otros materiales nanoestructurados.

El estudio de superficies en los espacios homogéneos tridimensionales ha recibido un gran impulso gracias al descubrimiento por parte de Abresch y Rosenberg de una diferencial cuadrática holomorfa asociada a la diferencial de Hopf para superficies de curvatura media constante. Fernández y Mira [FM1] han clasificado todos los grafos mínimos completos de $H^2 \times \mathbf{R}$, siendo H^2 el plano hiperbólico. Además, construyen una aplicación de Gauss hiperbólica sobre el plano hiperbólico para superficies en $H^2 \times \mathbf{R}$ que resulta ser armónica para el valor crítico de curvatura media igual a $1/2$, lo que lleva a la construcción de la primera familia conocida de ejemplos completos no helicoidales con dicha curvatura media. En [FM2] se describen todas las superficies para las cuales la diferencial de Abresch-Rosenberg es holomorfa en espacios homogéneos tridimensionales con un grupo de isometrías de dimensión 4. Por otro lado, Aledo, Espinar y Gálvez [AEG1] dan estimaciones óptimas de altura para cualquier superficie compacta embebida en $M^2 \times \mathbf{R}$ con borde y caracterizan los ejemplos donde se alcanza la máxima altura. En cuanto a curvatura de Gauss constante, Aledo, Espinar y Gálvez [AEG2] demuestran un teorema de tipo Liebmann y otro de tipo Hilbert para superficies en $H^2 \times \mathbf{R}$ y $S^2 \times R$. Esto es, han conseguido probar que existe una única inmersión isométrica desde la esfera $S^2(r)$ de radio r en estos espacios producto ($r < 1$ en $H^2 \times \mathbf{R}$), la cual es realizable como una superficie de revolución, construyendo previamente para ello una diferencial cuadrática holomorfa. Además, prueban que el plano hiperbólico con curvatura menor que -1 no puede verse inmerso en estas variedades ambiente.

En lo relativo a superficies afines, Martínez, Milán y Vrancken [MMV] abordan el tema de superficies con curvatura afín constante, obteniendo y clasificando nuevos ejemplos completos. Además, el caso particular de esferas afines impropias ha sido tratado en profundidad. Gracias a la representación conforme de dichas superficies, Gálvez, Martínez y Mira [GMM] consiguen clasificar el espacio de las soluciones a la ecuación de Monge-Ampère elíptica $Det(Hess(f)) = 1$ en todo \mathbf{R}^2 con un número finito de singularidades. En este trabajo se demostró que el espacio de soluciones con n singularidades ($n > 1$) puede ser visto como un subconjunto abierto de \mathbf{R}^{3n-4} .

Referencias:

- [MPR1] W. H. Meeks, J. Pérez y A. Ros, *Structure theorems for singular minimal laminations*, preprint.
- [MPR2] W. H. Meeks, J. Pérez y A. Ros, *The geometry of minimal surfaces of finite genus III; bounds on the topology and index of classical minimal surfaces*, preprint.
- [MRT] L. Mazet, M. Rodríguez y M. Traizet, *Saddle Towers with infinitely many ends*, preprint.
- [P] J. Pérez, *Stable embedded minimal surfaces bounded by a straight line*, aparecerá en *Calculus of Variations and PDE*.

- [PT] J. Pérez y M. Traizet, *The classification of singly periodic minimal surfaces with genus zero and Scherk type ends*, Transactions of the AMS, vol 359 n° 3 (2007) 965-990.
- [R1] M. Rodríguez, *The space of doubly periodic minimal tori with parallel ends: standard examples*, aparecerá en Michigan Journal of Mathematics.
- [R2] M. Rodríguez, *A Jenkins-Serrin problem on the strip*, Journal of Geometry and Physics, vol 57 (2007) 1371–1377.
- [Ros1] A. Ros, *One-sided complete stable minimal surfaces*, J. Diff. Geom, 74 (2006), 69-92.
- [Ros2] A. Ros, *Stable periodic constant mean curvature surfaces and mesoscopic phase separation*, Aparecerá en Interfaces and Free Boundaries.
- [ACG] J. A. Aledo, Rosa M. B. Chaves y J. A. Gálvez, *The Cauchy Problem for Improper Affine Spheres and the Hessian One Equation*. Aparecerá en Trans. Am. Math. Soc.
- [AEG1] J. A. Aledo, J. M. Espinar y J. A. Gálvez, *Height Estimates for Surfaces with Positive Constant Mean Curvature in $M^2 \times R$* . Aparecerá en Illinois J. Math.
- [AEG2] J. A. Aledo, J. M. Espinar y J. A. Gálvez, *Complete surfaces of constant curvature in $H^2 \times R$ and $S^2 \times R$* . Aparecerá en Calculus Variations and PDEs.
- [FM1] I. Fernández y P. Mira, *A characterization of constant mean curvature surfaces in homogeneous 3-manifolds*. Aparecerá en Diff. Geom. Appl.
- [FM2] I. Fernández y P. Mira, *Harmonic maps and constant mean curvature surfaces in $H^2 \times R$* . Aparecerá en Amer. J. Math.
- [GMM] J. A. Gálvez, A. Martínez y P. Mira, *The space of solutions to the Hessian one equation in the finitely punctured plane*. J. Math. Pure Appl. 84 (2005), no. 12, 1744-1757.
- [MMV] A. Martínez, F. Milán y L. Vrancken, *A class of surfaces with flat Blaschke metric and their characterization*. Ann. Global Anal. Geom. 28 (2005), no. 1, 35-57.

3. Proyecto presentado en la convocatoria 2007

Los proyectos de investigación de la anterior convocatoria cuyos IPs eran Sebastián Montiel Gómez y Francisco, José López Fernández y Antonio Ros Mulero se han unido para presentar en la convocatoria 2007 una solicitud de proyecto tipo C. José Antonio Gálvez y otros jóvenes miembros del grupo han presentado en la nueva convocatoria una solicitud independiente.

**Problemas variacionales
de origen físico
sobre la curvatura media de las superficies**
MTM2004-00109
UNIVERSIDAD DE GRANADA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Idefonso Castro López
Rafael López Camino
Sebastián Montiel Gómez (IP)
Cristina Rodríguez Montealegre
Francisco Urbano Pérez-Aranda
Oussama Hijazi (Nancy, Francia)
Haizhong Li (Tsing-Hua, Pekín, China)
Luc Vrancken (Valenciennes, Francia)

1. Introducción

El presente Proyecto MTM2004-00109 es el segundo consecutivo que lleva a cabo, financiado por el Plan Nacional de Matemáticas, este mismo equipo de trabajo, con la salvedad de que en el Proyecto anterior MTM2001-2967, no figuraban como miembros suyos los investigadores extranjeros Hijazi, Li y Vrancken, aunque ya existía una colaboración más o menos estable con ellos. El equipo surgió en el año 2001, junto con otros tres del Departamento de Geometría y Topología de la Universidad de Granada por división de un gran equipo de investigación en Geometría de Subvariedades que lideraba Antonio Ros Mulero. Las razones de la escisión fueron dos: las indicaciones expresas de los responsables del PNM en la convocatoria de 1998 en el sentido de que nuestro equipo era tal vez demasiado grande y la necesidad de que los miembros emergentes del grupo figuraran como IPs de proyectos propios, ya que las Comisiones que juzgaban los accesos a plazas del Cuerpo de Catedráticos de Universidad parecían exigirlo así.

Aunque todos los investigadores del equipo inicial anterior a la convocatoria MTM2001 trabajábamos en temas de la Geometría de Subvariedades bastantes cercanos, había ya en esa fecha una cierta diversificación en los temas. En nuestro equipo nos reunimos aquellos investigadores que, interesados por los fenómenos descritos por la curvatura media de las subvariedades, estábamos más alejados del estudio de las superficies minimales de \mathbb{R}^3 : Idefonso Castro, Rafael López, Sebastián Montiel, Cristina Rodríguez y Francisco Urbano. Tanto Castro como Rodríguez hicieron sus tesis doctorales bajo la dirección de Urbano y actualmente realizan su actividad investigadora en la Universidad de Jaén. López realizó sus tesis doctoral bajo la dirección de Montiel.

El hilo conductor de los dos proyectos sucesivos del mismo título y de referencias MTM2001-2967 y MTM2004-00109 ha sido la **curvatura media**. En una subvariedad arbitraria la curvatura media es un campo de vectores normales a lo largo

de la subvariedad dado por la traza de la segunda forma fundamental. En el caso paradigmático de las superficies (orientadas) del espacio ordinario \mathbb{R}^3 , la curvatura media se reduce a una función que mide la magnitud de la tensión superficial en cada punto, si se supone que la superficie es una película de alguna sustancia elástica. Resulta que esta magnitud es conservativa y de hecho es el gradiente de un potencial muy agradable: el área. Es decir, que si a la superficie se le deja libertad de moverse como le indica su curvatura media siempre se moverá para reducir su área, a no ser que algo lo impida. Por ejemplo, una diferencia de presión entre las dos caras de la superficie, o una diferencia en los materiales que hay a un lado y a otro, o la condición geométrica de que la superficie encierre un volumen determinado.

Los objetivos perseguidos en los dos proyectos citados se refieren a dos situaciones geométricas concretas en donde es determinante la curvatura media y a una herramienta analítica cuya relación con esa curvatura se quiere estudiar. Las dos situaciones consideradas son: la de las **superficies compactas con curvatura media constante** con borde no vacío en \mathbb{R}^3 y otros espacios relativamente simples y la de las **subvariedades especiales lagrangianas** de algunas variedades de Kähler. La herramienta analítica a la que nos referimos es el **operador de Dirac**.

Para conseguir los objetivos previstos en estos temas, el Proyecto MTM2004-00109 fue financiado con 28.800 € para costes de ejecución, aparte de la financiación adicional.

2. Principales resultados obtenidos

En el desarrollo de nuestro primer Proyecto, habíamos demostrado en [O. Hijazi, S. Montiel, X. Zhang, *Conformal lower bounds for the Dirac operator of embedded hypersurfaces*, Asian J. Math., 6 (2002), 23-36] que el espectro del operador de Dirac de una hipersuperficie que bordea un dominio compacto en una variedad espinorial está minorado por el primer valor propio del problema conforme de Steklov, estudiado por el malogrado J. Escobar y, como consecuencia, por el número de Yamabe del dominio. Para ello, previamente, habíamos resuelto en [O. Hijazi, S. Montiel, A. Roldán, *Eigenvalue boundary problems for the Dirac operator*, Commun. Math. Phys., 231 (2002), 375-390] algunos problemas de frontera para el operador de Dirac. Como consecuencia de nuestras estimaciones para el espectro, probamos que, en ciertas condiciones, todos los campos de espinores de Killing sobre el borde del dominio provienen de campos de espinores paralelos sobre el interior [O. Hijazi, S. Montiel, *Extrinsic Killing spinors*, Math. Z., 244 (2003), 337-347]. Esto es una forma de principio holográfico para las supersimetrías. Conseguimos también dar versiones de todos los resultados anteriores para variedades ambientes cuya curvatura escalar está minorada por una constante negativa [O. Hijazi, S. Montiel, A. Roldán, *Dirac operator on hypersurfaces of manifolds with negative scalar curvature*, Ann. Global Anal. Geom., 23 (2003), 247-264]. Éste fue el contenido de la tesis de A. Roldán, dirigida por S. Montiel. Todos estos resultados eran una muestra de que, cuando la variedad ambiente es espinorial y la restricción de su fibrado espinorial a una subvariedad suya es un objeto identificable, se obtenían resultados para el operador

de Dirac tan notables al menos como los que siempre se habían obtenido usando el operador de Laplace. Esa necesidad de que la restricción de la estructura espinorial a la subvariedad fuera controlable nos había hecho movernos siempre en las hipersuperficies, donde la trivialidad del fibrado normal hace que la hipersuperficie sea también espinorial y que la restricción de la estructura espinorial del espacio ambiente sea básicamente la estructura espinorial de la hipersuperficie. Últimamente hemos visto que hay otras situaciones en las que, a pesar de la gran complejidad del fibrado normal, se pueden obtener resultados muy interesantes usando la geometría espinorial. En efecto, a partir de la existencia de espinores paralelos en las variedades de Calabi-Yau, en las variedades hiper-kählerianas y en las variedades complejas llanas, obtenemos restricciones topológicas sobre sus subvariedades lagrangianas especiales compactas. Cuando la variedad ambiente es Kähler-Einstein con curvatura escalar positiva, especialmente cuando es una variedad de contacto compleja o el espacio proyectivo complejo, a partir de ciertos espinores particulares construimos sobre las subvariedades lagrangianas especiales formas diferenciales de diversos grados que son propias para el operador de Laplace-Hodge y así damos estimaciones para su espectro y damos aplicaciones de ellas al estudio del índice de las subvariedades lagrangianas minimales del espacio proyectivo. Todos estos resultados han sido publicados en un largo artículo que nos ha llevado completar casi dos años [O. Hijazi, S. Montiel, F. Urbano, *Spin^c geometry of Kähler manifolds and the Hodge Laplacian on minimal Lagrangian submanifolds*, Math. Z., 253 (2006), 821-853].

R. López y S. Montiel habían obtenido resultados de existencia para superficies compactas de curvatura media constante en el espacio ordinario \mathbb{R}^3 cuyo borde prefijado era una curva convexa contenida en un plano. Sorprendentemente, porque la falta de compacidad suele ocasionar graves problemas, cuando el dominio convexo es no acotado, R. López consiguió encontrar en [R. López, *Constant mean curvature graphs on unbounded convex domains*, J. Diff. Eq. 171 (2001), 54-62] una condición suficiente para la existencia de grafos de curvatura media constante que también es necesaria. R. López ha seguido trabajando en este tipo de problemas y obteniendo resultados importantes tanto en el espacio euclídeo como en el hiperbólico. Un resumen de sus últimos teoremas y de su relación con problemas físicos de capilaridad ha aparecido en [R. López, *Wetting phenomena and constant mean curvature surfaces with boundary*, Rev. Math. Phys., 17 (2005), 769-792]. Fruto de la utilización del método de continuidad usado para resolver los problemas de Dirichlet para la ecuación de curvatura media constante en ambientes no riemannianos, sino lorentzianos, es la demostración de la simetría rotacional para las superficies de frontera libre en un hiperplano espacial con curvatura media dependiente linealmente de la distancia a ese plano [R. López, *Spacelike hypersurfaces with free boundary in the Minkowski space under the effect of a timelike potential*, Comm. Math. Phys., 266 (2006), 333-342].

Siguiendo ideas desarrolladas anteriormente por Urbano, Joyce y Haskins, cuando el ambiente es el espacio euclídeo complejo, I. Castro, C. Rodríguez y F. Urbano construyeron y caracterizaron en [I. Castro, C. R. Monteleagre, F. Urbano, *Minimal Lagrangian submanifold in the complex hyperbolic space*, Illinois J. Math., 46 (2002), 695-721] familias de subvariedades lagrangianas minimales de los espacios proyectivo

e hiperbólico complejos con grupo de simetrías grande. Todos estos ejemplos son de cohomogeneidad uno. I. Castro y F. Urbano generalizaron en [I. Castro, F. Urbano, *On a new construction of special Lagrangian immersions in the complex Euclidean space*, Quart. J. Math. Oxford, 55 (2004), 253-265] las técnicas usadas en los trabajos anteriores y han encontrado así nuevos ejemplos de subvariedades especiales lagrangianas del espacio euclídeo complejo con cohomogeneidad dos. Ciertos refinamientos de esas técnicas de construcción han llevado a obtener nuevos ejemplos de subvariedades lagrangianas minimales de los espacios proyectivos e hiperbólicos complejos [I. Castro, H. Li, F. Urbano, *Hamiltonian minimal Lagrangian submanifolds in complex space forms*, Pacific J. Math., 227 (2006), 43-65]. El creciente interés en la teoría de superficies en espacios homogéneos tridimensionales que no sean de curvatura constante ha llevado a I. Castro y a F. Urbano a interesarse por el tipo correspondiente de espacios ambientes (tetradimensionales y kählerianos) que albergan subvariedades lagrangianas. De hecho, ellos dos han iniciado un interesante estudio en el producto de esferas $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2$ que es identificable con la cuádriga compleja del espacio proyectivo complejo tridimensional. Han visto que las superficies lagrangianas minimales de este espacio se pueden ver localmente como aplicaciones de Gauss de superficies minimales de la esfera \mathbb{S}^3 y han estudiado su estabilidad hamiltoniana en [I. Castro, F. Urbano, *Minimal Lagrangian surfaces in $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2$* , Comm. Anal. Geom., 15 (2007)]. Finalmente, Urbano ha conseguido caracterizar en [F. Urbano, *Hamiltonian stability and index of minimal Lagrangian surfaces of the complex projective plane*, Indiana Univ. J. Math.] el toro equilátero de \mathbb{S}^5 como superficie mínima de Legendre de menor índice de Morse. Igualmente ha dado otra caracterización en términos de la nulidad de su operador de Jacobi.

3. Convocatoria MTM-2007

Los componentes nacionales del equipo que ha trabajado en los dos Proyectos mencionados, junto con los de los equipos liderados por Francisco López Fernández y por Antonio Ros Mulero nos hemos fusionado en un sólo equipo que solicita un Proyecto del eje C de la convocatoria MTM-2007, con A. Ros como IP y S. MONTIEL como sub-IP. Amparados por la actual línea de los gestores del PNMAT, que favorece el aumento de masa crítica para equipos que hayan acreditado cierta calidad en su trayectoria de trabajo en las últimas convocatorias, volvemos a reconstruir prácticamente el equipo original de 1998. Creemos que esta oportunidad de trabajar de nuevo en una colaboración más estrecha, con una experiencia acumulada mucho mayor, puede dar lugar a una producción mayor y de mayor calidad.

Geometría y Topología en espacios de móduli:
Geometría Simpléctica
MTM2004-07090-C03-03
UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

MIEMBROS DEL EQUIPO
Alberto Ibort Latre (IP)

**No se dispone de información
sobre este proyecto**

Geometría y topología de espacios de móduli: Análisis Global

MTM2004-07090-C03-01

CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

CARACTERÍSTICAS

Miembros del equipo:

L. Álvarez Cónsul, 1 edp (RyC, CSIC)
S. Bradlow, 0.5 edp (Prof., EEUU)
O. García Prada, 1 edp (IC, CSIC) (**IP**)
I. Mundet i Riera, 0.5 edp (TU, UB)
V. Muñoz Velázquez, 1 edp (IC, CSIC)

Total EDP: 4

Duración: 13 Dic. 2004 – 12 Dic. 2007

Financiación recibida: 97.500 Eur.

Nuevos miembros del equipo (incorporados en 2007):

A. Antón Sancho (estudiante I3P, CSIC)
M. Aparicio (estudiante I3P, CSIC)
D. J. F. Fox (postdoc JdC, CSIC)
M. García Fdez. (estudiante I3P, CSIC)
C. G. Madonna (postdoc I3P, CSIC)
R. Rubio Núñez (estudiante I3P, CSIC)

Dada su reciente incorporación, no se incluyen datos referentes a la actividad realizada por los nuevos miembros del equipo.

TEMÁTICA

Espacios de móduli de fibrados, representaciones del grupo fundamental de una superficie, fibrados de Higgs, fibrados con estructura adicional, etc. Topología, geometría, estructuras geométricas y otras propiedades de estos espacios de móduli.

OBJETIVOS

Se han obtenido resultados en los siguientes objetivos:

- Geometría y topología de espacios de moduli y aplicaciones
- Construcción de espacios de móduli y funciones theta generalizadas
- Construcción de variedades no formales
- Teoremas de Torelli para espacios de móduli sobre curvas algebraicas
- Representación de clases de homología real mediante corrientes geométricas
- Subvariedades Lagrangianas y pinceles de Lefschetz
- Construcción de invariantes hamiltonianos de Gromov-Witten

TÉCNICAS

Se han utilizado técnicas de las siguientes áreas matemáticas:

- Geometría Diferencial
- Geometría Algebraica
- Análisis Global

PUBLICACIONES: 16 en revistas internacionales; 7 en libros y *proceedings*; 1 artículo de divulgación; 1 artículo de política científica.

Se han publicado artículos en las siguientes revistas (se incluyen artículos en prensa; no se incluyen artículos en *proceedings*; el número de artículos se indica entre paréntesis):

- *The Annals of Mathematics* (1)
- *Inventiones Mathematicae* (1)
- *Memoirs of the AMS* (1)
- *Advances in Mathematics* (1)
- *Topology* (2)
- *Internat. Math. Research Papers* (1)
- *Internat. Journal of Mathematics* (2)
- *Mathematische Nachrichten* (1)
- *Journal of Symplectic Geometry* (1)
- *Transactions of the AMS* (1)
- *Mathematische Zeitschrift* (1)
- *Geometriae Dedicata* (1)
- *Journal of Geometry and Physics* (1)
- *Revista Matem. Iberoamericana* (1)

A continuación se incluye una selección de tres artículos de la lista anterior:

- Álvarez-Cónsul, L.; King, A. A functorial construction of moduli of sheaves. *Inventiones Mathematicae*, en prensa.
- Fernández, M.; Muñoz, V. An 8-dimensional non-formal simply connected symplectic manifold. *The Annals of Mathematics*, aceptado.
- García-Prada, O.; Gothen, P. B.; Muñoz, V. Betti numbers of the moduli space of rank 3 parabolic Higgs bundles. *Memoirs of the Amer. Math. Soc.*, en prensa.

PREPRINTS: 11 (8 enviados a URL: <http://arXiv.org/>).

COMUNICACIONES EN CONGRESOS: 29 (todas de ámbito internacional).

A continuación se indica el número de comunicaciones realizadas en distintos países:

- | | | |
|--------------|------------------|--------------|
| ▪ España: 13 | ▪ Brasil: 2 | ▪ Bélgica: 1 |
| ▪ EEUU: 1 | ▪ Italia: 1 | ▪ Canadá: 1 |
| ▪ México: 3 | ▪ Reino Unido: 1 | |
| ▪ Francia: 1 | ▪ Alemania: 1 | |

SEMINARIOS: 34

A continuación se indica el número de seminarios impartidos en distintos países:

- | | | |
|---------------|------------------|----------------|
| ▪ España: 16 | ▪ EEUU: 2 | ▪ India: 1 |
| ▪ Francia: 6 | ▪ Portugal: 2 | ▪ Dinamarca: 1 |
| ▪ Alemania: 5 | ▪ Reino Unido: 1 | |

ORGANIZACIÓN DE EVENTOS: 15

Nuestro equipo ha participado en la organización y comité científico de eventos en los siguientes países (el número de eventos en cada país se indica entre paréntesis):

- | | | | |
|--------------|---------------|-------------|-----------|
| ▪ España: 10 | ▪ Alemania: 2 | ▪ México: 1 | ▪ EEUU: 1 |
|--------------|---------------|-------------|-----------|

ESTANCIAS EN OTROS CENTROS

El equipo investigador ha realizado visitas a los siguientes centros extranjeros:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ▪ Bath (Reino Unido) | ▪ Essen (Alemania) |
| ▪ Bristol (Reino Unido) | ▪ IAS Princeton (EEUU) |
| ▪ Chennai (India) | |

- IHÉS (Francia)
- Jussieu (Francia)
- Liverpool (Reino Unido)
- Mainz (Alemania)
- Montpellier (Francia)
- Oxford (Reino Unido)
- Porto (Portugal)
- Princeton University (EEUU)
- Salamanca
- ETHZ Zürich (Suiza)
- Strasbourg (Francia)
- Urbana-Champaign (EEUU)

ESTANCIAS DE VISITANTES EXTRANJEROS EN NUESTRO EQUIPO

Visitas periódicas anuales con duración entre una semana y un mes:

- O. Biquard (Strasbourg)
- S. Bradlow
(miembro extranjero del equipo)
- P. Gothen (Oporto)
- N. Hitchin (Oxford)
- A. King (Bath)
- F. Labourie (Paris Sud)
- P. Newstead (Liverpool)
- S. Ramanan (India)
- A. Schmitt (Essen)

TESIS DOCTORALES DIRIGIDAS

- M. Logares Jiménez. UAM, 2006.

TESIS DOCTORALES EN PROCESO DE REALIZACIÓN

- M. Aparicio, USAL (previsto 2007)
- M. García, UAM (previsto 2009)
- R. Rubio, UAM (previsto 2009)
- A. Antón, UCM (previsto 2010)

ACTIVIDAD DE FORMACIÓN PRE Y POSTDOCTORAL

- Minicursos avanzados pre y postdoctorales. Año 2005: Strasbourg (Francia), Basel (Suiza) y Budapest (Hungria). Año 2006: Córdoba (España) y Guanajuato (México).
- Cursos de postgrado de CSIC: Iniciación a la investigación (2005), Geometría (2006).
- Cursos de doctorado de UAM (años 2004/05 y 2005/06).
- Curso de máster de UB (año 2006/07).
- Curso de doctorado de U. Illinois at Urbana-Champaign, EEUU (año 2004/05).
- Director of Graduate Studies. U. Illinois at Urbana-Champaign (años 2005-2007).
- Dirección de los siguientes becarios de CSIC de Iniciación a la Investigación: A. Antón (U. Valladolid), M. García (U. Valencia) y R. Rubio (U. Valencia).

RELACIONES CON OTROS GRUPOS Y PROYECTOS INTERNACIONALES

Nuestro grupo colabora muy activamente con otros grupos de investigación nacionales y extranjeros. Incluimos a continuación una lista de investigadores de otros grupos nacionales e internacionales con los que el equipo mantiene colaboraciones.

- O. Biquard (Strasbourg, Francia)
- I. Biswas (TIFR India) – Proyecto MTM2004-07090-C03-02
- P. Boalch (ENS, Paris, Francia)
- L. Brambila-Paz (CIMAT, México)
- S. Donaldson (Londres, RU)
- M. Fernández (UPV)
- W. Goldman (Maryland, EEUU)

- T. L. Gómez (CSIC) – Miembro del Proyecto MTM2004-07090-C03-02
- P. Gothen (Porto, Portugal)
- J. Heinloth (Essen, Alemania)
- D. Hernández Ruipérez (USAL)
- N. Hitchin (Oxford, RU)
- S. Ivanov (Sofia, Bulgaria)
- F. Kamber (Illinois, EEUU)
- A. King (Bath, RU)
- F. Labourie (Orsay, Francia)
- V. Mercat (Paris, Francia)
- P. Newstead (Liverpool, RU)
- D. Ortega (UAM)
- C. Pauly (Niza, Francia)
- R. Pérez-Marco (CNRS y UCLA – Francia y EEUU)
- F. Presas Mata (CSIC) – Proyecto MTM2004-07090-C03-03
- S. Ramanan (Chennai, India)
- A. Schmitt (Essen, Alemania)
- A. Schofield (Bristol, RU)
- I. Sols (UCM) – Miembro del Proyecto MTM2004-07090-C03-02
- R. Thomas (Londres, RU).
- G. Tian (U. Princeton, EEUU)
- L. Ugarte (Zaragoza)
- M. J. Vázquez-Gallo (UPM) – Proyecto MTM2004-07090-C03-02
- E. Viehweg (Essen, Alemania)
- A. Wienhard (Chicago, EEUU)
- K. Zuo (Mainz, Alemania)

Parte de estas colaboraciones se realiza a través de:

- Red Temática de Geometría y Física (Acción Complementaria del MEC)
- Grupo internacional VBAC (Vector Bundles on Algebraic Curves)
- Acción Integrada Hispano-Alemana (MEC)
- Acción Integrada Hispano-Francesa (MEC) y proyecto bilateral CNRS-CSIC
- Acción Integrada Hispano-Lusa (MEC) y proyecto bilateral con Portugal
- Proyectos bilaterales de colaboración con el Reino Unido (CSIC-Royal Society)

FUTURAS INVESTIGACIONES

En la convocatoria 2007 se ha decidido reestructurar el proyecto coordinado al cual pertenece este proyecto, debido al crecimiento de los equipos, con la llegada de nuevos postdocs y estudiantes de doctorado, y a la emergencia de nuevos temas que requieren nuevas técnicas. No obstante, los miembros de los nuevos equipos continuarán colaborando entre sí, así como con otros equipos nacionales e internacionales.

Nuevos proyectos I+D del MEC solicitados o concedidos:

1. Título: “Espacios de móduli y estructuras geométricas” (tres años). Convocatoria 2007.
Equipo solicitante: L. Álvarez Cónsul (CSIC), O. Biquard (Strasbourg, Francia), D. J. F. Fox (CSIC), O. García Prada (CSIC) (**IP**), A. King (Bath, RU), C.G. Madonna (CSIC). Estudiantes: A. Antón, M. Aparicio, M. García., R. Rubio.
2. Título: “Teoría de Hodge y móduli de fibrados” (tres años). Convocatoria 2007.
Equipo solicitante: I. Sols (UCM), T. L. Gómez (CSIC), V. Muñoz (CSIC) (**IP**), D. Ortega (UAM), M. J. Vázquez (UPM), I. Biswas (TIFT, India), R. Pérez Marco (CNRS y UCLA – Francia y EEUU), I. Blanco (UCM, estudiante).
3. Título: “Geometría de las variedades algebraicas, aritméticas y simplécticas”.
Ref. MTM2006-14234-C02-01. Fechas: 2007-2009.
IP: J. I. Burgos Gil (UB). I. Mundet i Riera (UB) es miembro investigador.

Geometría y topología de espacios de móduli:

Geometría Algebraica

MTM2004-07090-C03-02

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

MIEMBROS DEL EQUIPO

I. Sols (Catedrático, UCM) (IP)

P. Angulo (estudiante, UCM)

I. Biswas (Prof., TIFR, India) 0.5 EDP

T. Gómez (IC pendiente de toma de posesión, CSIC)

M. J. Vázquez (Prof. interina, UPM)

Total EDP: 4.5

Duración: 13 Dic. 2004 - 12 Dic. 2007

Financiación recibida: 64.000 Eur.

TEMÁTICA Y OBJETIVOS

Espacios de móduli de fibrados principales: propiedades, generalización a grupo arbitrario de resultados conocidos en fibrados vectoriales, construcción del espacios de móduli, Aplicaciones de la teoría de fibrados a las teorías de cuerdas de la física.

RESULTADOS

A continuación se exponen algunos resultados obtenidos. Las técnicas usadas son las de la geometría algebraica.

- Extensión a característica positiva de la construcción del espacio de móduli de fibrados principales, demostrando su proyectividad bajo ciertas condiciones.
- Transformadas de Hecke para fibrados simplécticos.
- Cálculo del polinomio de Hodge para espacios de móduli de pares.
- Teoremas de Torelli.
- Aplicaciones de la teoría de fibrados a la teoría de cuerdas heterótica.
- Triangulos de Schubert en superficies algebraicas.

PUBLICACIONES

T. Gómez, I. Sols, Moduli space of principal sheaves over projective varieties. *Annals of Mathematics*, 161, (2005) no. 2, 1037-1092.

I. Biswas, T. Gómez, Hecke correspondence for symplectic bundles with application to the Picard bundles *International Journal of Mathematics* 17 (2006) no. 1, 45-63.

T. Gómez, A. Langer, A. Schmitt, I. Sols, Moduli Spaces for Principal Bundles in Large Characteristic *Actas congreso "International Workshop on Teichmueller Theory and Moduli Problems"*, Allahabad 2006 (India)

I. Biswas, L. Brambila-Paz, P. Newstead, Deformations of the generalised Picard bundle, *Topology*, 45, (2006), 403-419.

I. Biswas, A.J. Parameswaran, S. Subramanian, Monodromy group for strongly semistable principal bundle over a curve *Duke Math. J.*, 132, (2006). 1-48

I. Biswas, V. Balaji, D.S. Nagaraj, Tannakian Krull-Schmidt reduction, *J. Reine und Ang. Mathematik.*, 590, (2006), 227-230

C. Hermoso, I. Sols, Schubert triangles in an algebraic surface, *Comm. in Algebra*, 34 (2006), 4597-4621.

V. Muñoz, D. Ortega, M. J. Vázquez-Gallo, Hodge polynomial of moduli spaces of pairs, *Internat. J. of Math* (en prensa)

Preprints:

I. Biswas, T. Gómez, Connections and Higgs fields on a principal bundle (2004)

I. Biswas, V. Muñoz, Torelli theorem for the moduli spaces of connections on a Riemann surface (2005)

I. Biswas, T. Gómez, Simplicity of stable principal sheaves (2005)

T. Gómez, A. Langer, A. Schmitt, I. Sols, Moduli Spaces for Principal Bundles in Arbitrary Characteristic (2005)

T. Gómez, S. Lukic, I. Sols, Constraining the Kahler Moduli in the Heterotic Standard Model (2005)

I. Biswas, V. Muñoz, On the rational homotopy type of a moduli space of vector bundles over a curve (2006)

I. Biswas, V. Muñoz, Torelli theorem for moduli spaces of $SL(r, \mathbb{C})$ -connections on a compact Riemann surface (2007)

COMUNICACIONES EN CONGRESOS: 5

India (2), España (2), Polonia.

ORGANIZACIÓN DE EVENTOS: 1

Congreso satélite de ICM de Geometría Simpléctica.

ESTANCIAS:

Essen (Alemania), Edimburgo (Reino Unido), Paris (Francia), Milán (Italia), Barcelona (España), Bombay (India), Anogia (Grecia), Liverpool (Reino Unido), Niza (Francia), Rutgers (EE.UU.)

ESTANCIAS DE VISITANTES:

I. Biswas (miembro extranjero del equipo), G. Freixas (París), I. Mundet (Barcelona)

ACTIVIDAD DE FORMACIÓN PRE Y POSTDOCTORAL:

Mini-School en Varsovia (2005)

Cursos de postgrado de CSIC: Iniciación a la investigación (2005), Geometría (2006)

Cursos de postgrado de UCM: Geometría algebraica (2006)

ASISTENCIA A CURSOS:

Teoría de Arakelov: Anogia (Grecia, 2005)

Variedades de Shimura: Barcelona (2006)

FUTURO:

Esta investigación tendrá continuidad con el proyecto “Teoría de Hodge y módulos de fibrados” (tres años), solicitado al MEC en la convocatoria 2007.

Los integrantes de este proyecto serán: V. Muñoz (IP, CSIC), I. Sols (UCM), T. Gómez (CSIC), D. Ortega (UAM), M.J. Vázquez (UPM), I. Biswas (TIFR, India), R. Pérez Marco (CNRS y UCLA – Francia y EEUU), I. Blanco (UCM, estudiante).

**Propiedades globales, homotópicas y diferenciables,
de la topología de espacios y variedades**

MTM-2004-06262

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Nieves Álamo Antúnez
M^a Angustias Cañadas Pinedo
Antonio Díaz Ramos
José Luis Flores Dorado
Antonio Garvín García
Francisco Gómez Ruiz
Manuel Gutiérrez López
Luis Lechuga Pérez
Aniceto Murillo Mas (IP)
Benjamín Olea Andrades
Francisco Javier Turiel Sandín
Antonio Ángel Viruel Arbáizar

1. Introducción

El presente proyecto es llevado a cabo por el equipo de investigación en Geometría y Topología de la Universidad de Málaga. Este equipo se formó en el año 1989 por cuatro de sus actuales miembros y desde entonces ha llevado a cabo tres proyectos subvencionados por la DGICYT (PB88-0329, PB91-0412, PB94-1485), uno por la DGES (PB97-1095), uno por el MCYT (BFM2001-1825) y uno por el MEC (MTM2004-06262). Asimismo, algunos de sus miembros participan o han participado en proyectos subvencionados por la Comisión Europea (HPRN-CT-1999-00119 y GDRE-1110). En el seno de este equipo, y desde su creación, se han realizado las siguientes tareas:

- Publicación de más de 130 artículos en revistas de carácter internacional.
- Publicación de 12 libros o capítulos de libros.
- Dirección de 8 tesis doctorales.
- Organización de cinco congresos de carácter internacional, tres de carácter nacional así como de una escuela de otoño de carácter internacional.
- Conferencias invitadas en numerosos congresos de carácter internacional.
- Numerosas estancias en centros de investigación nacionales y extranjeros.

Los objetivos y líneas de investigación atacadas han sido numerosas y en distintos ámbitos pero la filosofía subyacente en el actual proyecto sigue siendo la original: En Geometría y Topología existen dos enfoques claramente diferenciados a la hora de hacer investigación tanto por su naturaleza, por la metodología empleada, por las herramientas necesitadas y por los objetivos que se persiguen: el enfoque global y el enfoque local. Nuestro proyecto tiene como objetivo general el estudio y comportamiento global de propiedades topológicas presentes en un amplísimo espectro

que va desde la teoría de homotopía de grupos hasta variedades diferenciables con estructuras semi-riemannianas. Así, los objetivos perseguidos se resumen en:

1. Obtención de propiedades globales y estructurales del tipo de homotopía de espacios topológicos, incluyendo teoría homotópica de grupos, (invariantes numéricos clásicos, clases de homotopía de aplicaciones, cohomología de grupos, etc.) vía la modelización adecuada en cada caso (modelos clásicos de homotopía racional y módulo p , representación polinómica de aplicaciones, grupos p -locales, etc.)
2. Detección de propiedades globales en ciertas variedades: (2.1) Clasificación de los tejidos de Veronese de codimensión superior y descomposición en productos de estructuras bihamiltonianas. (2.2) Estudio del comportamiento de puntos conjugados en las variedades de Lorentz con algún tipo de simetría y condiciones de descomposición de variedades semi-riemannianas. (2.3) Clasificación de sistemas de Pfaff integrables y no integrables.
3. Descripción homotópica según el objetivo 1 de propiedades geométricas en el objetivo 2 mediante: topología de cuerdas, acciones de grupos en variedades e invariantes homotópicos (de tipo LS fundamentalmente) de estructuras geométricas.

Para ello, nuestro equipo investigador cuenta con una financiación de 58.420 Euros de los que 50.800 corresponden a gastos de ejecución y 7.620 a costes indirectos.

2. Resultados

Los resultados obtenidos desde el inicio del proyecto se reflejan principalmente en los siguientes artículos, publicados o aceptados para su publicación dentro desde 2005:

- K. Andersen, J. Grodal, J.M. Møller y A. Viruel, *The classification of p -compact groups for p odd*, aceptado en *Annals of Math.*, 2005.
- C. Criado y N. Álamo, *From $E = mc^2$ to the Lorentz transformations via the law of addition of relativistic velocities*, *European Journal of Physics* 26, 611-616, 2005.
- U. Buijs y A. Murillo, *Basic constructions in rational homotopy theory of function spaces*, *Annales de l'Institut Fourier*, 56(3), 815-838, 2006.
- R. Bartolo, A.M. Candela, J.L. Flores, A. Salvatore, *Periodic orbits on Riemannian manifolds under the action of an at most quadratic potential*, *Diff. Geom. and Appl.*, 24, 108-118, 2006.
- R. Bartolo, A.M. Candela, J.L. Flores, *Geodesic connectedness in stationary space-times with optimal growth estimates*, *J. Geom. Phys.*, 56, 2025-2038, 2006.
- A. Díaz, A. Ruiz y A. Viruel, *All p -local finite groups of rank 2, p odd*, *Trans. Amer. Math. Soc.* 359, 1725-1764, 2007.
- J.L. Flores, *Structure and topology of the causal boundary of standard static space-times*, aceptado en *Publicaciones de la RSME*, 2006.
- A. Garvín, A. Murillo, J. Remedios y A. Viruel, *The group of self homotopy equivalences of some localized aspherical complexes*, aceptado *Math. Nach.*, 2005
- M. Golasinski y A. Murillo, *Maps into homotopy coalgebras*, aceptado en *Topology and its Appl.*, 153(15), 2876-2885, 2006.

- M. Golasinski y F. Gómez, *On maps of tori*, Bulletin of the Belg. Math. Soc., 13, 139-146, 2006.
- J.L. Rodríguez, J. Scherer y A. Viruel, *Preservation of perfectness and acyclicity: Berrick's and Casacuberta's universal acyclic space localized at a set of primes*, Forum Mathematicum 17, 67-75, 2005.
- A. Vavpetic y A. Viruel, *On the mod p cohomology of $BPU(p)$* , Trans. Amer. Math. Soc. 357, 4517-4532, 2005.
- A. Vavpetic y A. Viruel, *Simplectic groups are N -determined p -compact groups*, Fundamenta Math., 192, 121-139, 2006.
- F.J. Turiel, *Polynomial maps and even dimensional spheres*, aceptado en Proc. Amer. Math. Soc., 2006.
- A. Murillo, *The Virtual Spivak fibre, duality on fibration and Gorenstein spaces*, aceptado en Trans. Amer. Math. Soc., 2006
- C. Criado y N. Álamo, *Round an expanding world: A simple and intuitive model to illustrate the kinematical effects of the cosmological expansion*, aceptado en American Journal of Physics, 2006.
- F. Gómez Ruiz, *Degree two polynomial maps from spheres to the two sphere over any field*, aceptado en Comm. in Algebra, 2006.
- J.L. Flores, *Topology of causal boundary for Standard static spacetimes*, Class. Quant. Grav., 24, 1211-1260, 2007.
- P. Díaz, J.M. García y A. Murillo, *A Whitehead-Ganea approach for proper Lusternik-Schnirelmann category*. Aceptado en Math. Proc. of the Cambridge Phil. Soc., 2006.
- L. Lechuga y A. Murillo, *Topological complexity of formal spaces*, aceptado en Contemporary Math. AMS, 2006.
- M. Golasinski y F. Gómez, *on polynomial automorphisms of spheres*, aceptado en Israel Journal of Math., 2007.
- U. Buijs y A. Murillo, *The rational homotopy Lie algebra of function spaces*, aceptado en Comment. Math. Helv., 2006.

Asimismo se han impartido por invitación 18 conferencias y seminarios entre los que cabe destacar:

- J.L. Flores, "A new development of the causal boundary of spacetimes". Programme: Global Problems in Mathematical Relativity, celebrado en Isaac Newton Institute, University of Cambridge (UK). Noviembre 2005.
- A. Garvín, "Subgroups of self homotopy equivalences and Localization". Annual Conference on Algebraic Topology, celebrado en Matsumoto (Japón). Julio 2005.
- A. Murillo, "The rational homotopy Lie algebra of mapping spaces". Annual Conference on Algebraic Topology, celebrado en Matsumoto (Japón). Julio 2005.
- A. Viruel, "All p -local finite groups of rank two", Workshop on Topology and representation theory celebrado en el CIB. Abril 2005.
- A. Viruel, "Cohomology of $BPU(p)$ ". Conference on "Homotopy Theory and Group Actions" celebrado en Banff, Canadá. Noviembre 2005.
- A. Murillo, "Complexity of Topological complexity, from a rational point of view", Workshop on Topology and Robotics, ETH (FIM) Zurich (Suiza), Julio 2006.

En cuanto a eventos de I+D, nuestro equipo ha organizado el congreso internacional “Groups in Geometry and Topology, GGT-06”, satélite del ICM, celebrado en Málaga en Septiembre de 2006, y ha participado en la organización del congreso internacional “International Seminar on Applied Geometry in Andalusia (ISAGA)”, satélite también del ICM, celebrado en Granada del 4 al 8 de septiembre de 2006.

Por último, hacemos constar que se han dirigido dos tesis doctorales defendidas con éxito y con mención de doctorado europeo.

3. El siguiente proyecto

Siguiendo con la tradición de atacar los problemas topológicos a través de métodos homotópicos y diferenciables, en la convocatoria 2007 y llevado a cabo, en su caso, por el mismo equipo investigador, nos proponemos la obtención de propiedades y descripción de distintas estructuras inherentes al espacio de secciones de un fibrado, prestando especial atención al caso particular de espacios de aplicaciones continuas entre dos espacios. Así, y utilizando una amplia batería de herramientas homotópicas y diferenciables trataremos de:

-Tomando como referencia el estudio de fibrados principales con grupo estructural, caracterizar el tipo de homotopía p -localizado del espacio clasificador de un grupo por medio de invariantes homotópicos módulo p .

-Describir el tipo de homotopía racional del espacio de secciones de un fibrado, obtener un modelo de Quillen del mismo y describir su álgebra de Lie de homotopía.

-Determinar qué clases de homotopía de aplicaciones entre determinados espacios pueden ser representadas por polinomios, obtener algoritmos para su cálculo y consecuencias en teoría K .

-Estudiar invariantes numéricos asociados a secciones de fibrados, en particular, la LS-categoría seccional de un fibrado; calcular la complejidad topológica (LS-categoría seccional de la diagonal) de espacios formales y aplicar estos resultados en robótica topológica.

**Métodos, Formulaciones y Algoritmos para la
Solución de Modelos de Optimización Dinámicos y Estocásticos
mediante Programación Matemática**
MTM2004-02334
UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

MIEMBROS DEL EQUIPO

José Niño Mora (IP)
Francisco Javier Prieto Fernández
Francisco Javier Nogales Martín
Ángel Víctor de Miguel Campos
Peter Jacko

1. Introducción

Este proyecto tiene como objetivo central la investigación y desarrollo de nuevos métodos, formulaciones y algoritmos para la resolución de modelos de optimización dinámica y estocástica, motivados por varias áreas de aplicación, mediante un enfoque basado en la programación matemática.

El proyecto se articula en la investigación de dos tipos de modelos con características interrelacionadas: (1) modelos de procesos de decisión Markovianos (PDM), orientados al diseño de políticas efectivas de asignación dinámica de recursos en sistemas productivos y de telecomunicación (redes de Internet de próxima generación); y (2) modelos de programación estocástica, y resolución de problemas de optimización de grandes dimensiones (PE), orientados a la planificación de decisiones en ingeniería financiera y en mercados eléctricos. La resolución computacional de ambos tipos de modelos mediante técnicas convencionales (solución de las ecuaciones de programación dinámica para PDM; exploración exhaustiva de escenarios para PE) resulta impracticable en los modelos de grandes dimensiones que aparecen en las aplicaciones consideradas en este proyecto. Ello se debe a la explosión combinatoria de los recursos computacionales (espacio de almacenamiento y tiempo de resolución) requeridos para el cálculo de soluciones óptimas.

El proyecto se propone desarrollar, analizar e implementar métodos aplicables en la práctica que proporcionen soluciones casi-óptimas para tales modelos, mediante la integración de técnicas e ideas de programación matemática y de probabilidad aplicada: formulaciones relajadas, leyes de conservación, técnicas de descomposición y técnicas de muestreo. También se investigarán procedimientos para estimar la calidad de tales soluciones aproximadas, y relaciones entre las metodologías de solución para ambos tipos de modelos.

Como objetivos concretos, el proyecto aborda las siguientes cuestiones: (1.1) nuevas formulaciones relajadas de programación matemática para modelos de PDM vía leyes de conservación; (1.2) algoritmos y políticas (diseño y análisis); (1.3) implementación y estudio computacional; (2.1) nuevas formulaciones de modelos de PE; (2.2) algoritmos de solución mediante técnicas de descomposición y de muestreo; (2.3)

implementación y estudio computacional; y (3) relaciones entre las metodologías de resolución de PDM y de PE.

El equipo investigador está integrado por los siguientes miembros: F.J. Prieto (CU en la UC3M, PhD en Investigación Operativa, Univ. de Stanford, 1989), F.J. Nogales (profesor visitante en la UC3M, Dr. en CC. Matemáticas, UC3M, 2000), V.A. de Miguel (*assistant professor* en la London Business School, PhD en *Management Science and Engineering*, Univ. de Stanford, 2001), y Peter Jacko (becario FPI asignado al proyecto, licenciado en CC. Matemáticas, Eslovaquia, DEA-UC3M, 2005). El IP es J. Niño-Mora (TU en la UC3M vía Habilitación Nacional, PhD en Investigación Operativa, MIT, 1995).

En la convocatoria 2004, el proyecto obtuvo una financiación de 47.200 Euros (costes directos) para tres años, así como la asignación de una beca FPI.

2. Resultados obtenidos

Durante los dos primeros años de desarrollo del proyecto se han llevado a cabo las actividades previstas para dicho período, y se han abordado y resuelto nuevos problemas relacionados que se han planteado en el curso de la investigación.

En la línea de modelos PDM, se ha continuado el desarrollo de una metodología original para el análisis, cálculo y aplicaciones de índices dinámicos de prioridad, basados en el concepto unificador de índice de productividad marginal. A continuación se indican algunas publicaciones resultantes de esta línea de trabajo, en revistas indexadas en el JCR, o en actas de congresos internacionales con evaluación anónima e ISBN:

- J. Niño-Mora (2005). Marginal productivity index policies for scheduling multiclass delay-/loss-sensitive traffic. En: Proceedings of the 1st Euro-NGI Conference on Next Generation Internet Networks — Traffic Engineering (NGI 2005), pp. 61–66. IEEE, ISBN 0-7803-8900-X.
- J. Niño-Mora (2005). Marginal productivity index policies for the finite-horizon multiarmed bandit problem. En: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC 2005 (CDC-ECC 05), pp. 1718–1722. IEEE, ISBN 0-7803-9568-9.
- J. Niño-Mora (2006). Marginal productivity index policies for scheduling multiclass wireless transmissions. En: Proceedings of the 2nd Euro-NGI Conference on Next Generation Internet Networks — Design and Engineering (NGI 2006), pp. 342–349. IEEE, ISBN 0-7803-9455-0.
- J. Niño-Mora (2006). Marginal productivity index policies for scheduling a multiclass delay-/loss-sensitive queue. *Queueing Systems*, vol. 54 no. 4, 281–312.
- J. Niño-Mora (2006). Restless bandit marginal productivity indices, diminishing returns and optimal control of make-to-order/make-to-stock $M/G/1$ queues. *Mathematics of Operations Research*, vol. 31 no. 1, 50–84.

- J. Niño-Mora. A $(2/3)n^3$ fast-pivoting algorithm for the Gittins index and optimal stopping of a Markov chain. Aceptado en: INFORMS Journal on Computing, 2006.
- J. Niño-Mora. A fast index algorithm for bandits with switching penalties I: switching costs. Condicionalmente aceptado en INFORMS Journal on Computing, 2006.
- J. Niño-Mora (2007). Marginal productivity index policies for admission control and routing to parallel multi-server loss queues with reneging. En: Proceedings of the 1st Euro-FGI Workshop on Network Control and Optimization (NET-COOP 2007), pp. pendientes de asignación. Springer LNCS.
- J. Niño-Mora (2007). Marginal productivity index policies for scheduling multiclass delay-/loss-sensitive traffic with delayed state observation. En: Proceedings of the 3rd Euro-NGI Conference on Next Generation Internet Networks — Design and Engineering for Heterogeneity (NGI 2007), pp. pendientes de asignación. IEEE.
- J. Niño-Mora (2007). Dynamic priority allocation via restless bandit marginal productivity indices. Artículo invitado en Top, revista de Investigación Operativa de la SEIO, pp. pendientes de asignación, Springer.

También se incluye en esta línea el primer trabajo de P. Jacko:

- P. Jacko y J. Niño-Mora (2007). Time-Constrained Restless Bandits and the Knapsack Problem for Perishable Items (Extended Abstract); Electronic Notes in Discrete Mathematics 28, pp. 145-152

En la línea de modelos PE, se han desarrollado nuevas formulaciones aplicables a mercados eléctricos y a aplicaciones de ingeniería financiera, así como nuevos algoritmos de programación matemática para problemas de grandes dimensiones. A continuación se indican algunas publicaciones resultantes de esta línea de trabajo, en revistas indexadas en el JCR:

- Plazas M.A., Conejo A.J., Prieto F.J. (2005). Multimarket optimal bidding for a power producer. IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS vol. 20 no. 4, 2041–2050.
- Gonzalez C., Juan J., Mira J., Prieto F.J., Sanchez M.J. (2005). Reliability analysis for systems with large hydro resources in a deregulated electric power market. IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS vol. 20 no. 1, 90–95.
- DeMiguel V., Friedlander M.P., Nogales F.J., Scholtes S. (2005). A two-sided relaxation scheme for mathematical programs with equilibrium constraints. SIAM JOURNAL ON OPTIMIZATION vol. 16 no. 2, 587–609.

- Nogales F.J., Conejo A.J. (2006). Electricity price forecasting through transfer function models. *JOURNAL OF THE OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY* vol. 57 no. 4, 350–356.
- Esteban-Bravo, M., Nogales F.J. Solving Dynamic Stochastic Economic Models by Mathematical Programming Decomposition Methods. *Computers and Operations Research* (aceptado en 2006).

Además, estos resultados se han presentado en varias ponencias en congresos.

3. Propuesta presentada a la convocatoria 2007

El equipo investigador, ampliado con la incorporación de B. dAuria, profesor visitante en la UC3M, ha presentado a la convocatoria de proyectos 2007 la propuesta “MÉTODOS Y MODELOS DE OPTIMIZACIÓN PARA SISTEMAS DINÁMICOS Y ESTOCÁSTICOS” (ref. MTM2007-63140). Esta propuesta parte del trabajo anterior para abrir nuevas líneas de investigación. Se estructura en las siguientes líneas de trabajo: (L1) investigación de modelos de Procesos de Decisión Markovianos (PDM), orientados al diseño y análisis de políticas basadas en índices de productividad marginal (IPM) para la asignación dinámica de recursos en redes de Internet de próxima generación; (L2) investigación de modelos PDM orientados al desarrollo de nuevos métodos de programación matemática para el ejercicio óptimo de opciones reales y financieras basados en IPM; (L3) investigación de métodos y modelos de optimización para reducir errores en la toma de decisiones bajo incertidumbre presente en aplicaciones de ingeniería financiera; y (L4) implementaciones y estudios computacionales.

4. Comentarios adicionales

El equipo ha participado en la red de excelencia del VI PM de la UE “Euro-NGI: Design and Engineering of the Next Generation Internet” (2003–2006), y actualmente participa en su continuación “Euro-FGI: Design and Engineering of the Future Generation Internet” (2006–2008). En ambas, J. Niño-Mora es el IP del equipo de la UC3M miembro del consorcio.

Coordinación y optimización en la planificación de los sistemas de producción y distribución

MTM2004-00909

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

MIEMBROS DEL EQUIPO

Francisco R. Fernández García

Yolanda Hinojosa Bergillos

Paula Lagares Barreiro

Fernando López Blázquez

Federico Perea Rojas-Marcos

Antonio Pozo Chía

Justo Puerto Albandoz (IP)

Antonio M. Rodríguez Chía

Begoña Salamanca Miño

María J. Zafra Garrido

1. Introducción

Planificar y optimizar el funcionamiento y la estructura de redes de distribución es un proceso de decisión complejo. Los datos de los que habitualmente se dispone para dicho proceso se componen de un conjunto de zonas a servir, previsiones de demanda sobre las diferentes zonas de clientes, un conjunto de productos que deben ser producidos y vendidos, e información sobre condiciones y costes futuros (por ejemplo, transportes y proyecciones). Dados los datos anteriores, se debe decidir, principalmente, dónde localizar las nuevas instalaciones que prestarán servicios (por ejemplo, fábricas y almacenes), cómo asignar las actividades de producción y compra entre las diferentes instalaciones de producción de la red y cómo gestionar la distribución de los productos.

Aunque tanto la localización de instalaciones como la coordinación de redes de producción y distribución han sido estudiadas durante algunos años, existen varias cuestiones importantes que no han recibido una atención adecuada en la literatura. En este proyecto abordamos la integración de los métodos de optimización en la coordinación y planificación de las redes de distribución. Las cuestiones principales a considerar son: 1) Análisis de funciones objetivo nuevas y flexibles que recojan los factores determinantes de la planificación estratégica, así como el carácter no determinista de muchos de los datos involucrados; 2) Procesos dinámicos con múltiples períodos, modelos y políticas dependientes de las fases que puedan ser incluidas dentro de la metodología de toma de decisiones; 3) Reparto de costes y competición para el reparto de mercado, a través de un enfoque basado en Teoría de Juegos aplicado a los modelos de redes de distribución; 4) Incorporación de nuevas características exigibles a los modelos, tales como restricciones de presupuesto, contrataciones externas, transferencias de inventario, y estructuras generales de distribución no necesariamente jerarquizadas; y 5) Nuevos esquemas de resolución: aproximaciones y heurísticos.

2. Resultados obtenidos

Los principales resultados obtenidos se pueden encontrar en la lista cronológica, de algunas de nuestras publicaciones, que incluimos a continuación.

1. F.R. Fernández, M.A. Hinojosa y J. Puerto, “Multi-criteria minimum cost spanning tree games”, *European Journal of Operational Research*, 158: 399-408 (2004).
2. F.R. Fernández, M.A. Hinojosa y J. Puerto, “Set-valued cooperative games”, *European Journal of Operational Research*, 159: 181-195 (2004).
3. P.L. Papini, J. Puerto, “Averaging the k -largest distances among n : K -centra in Banach spaces”, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 291: 477-487 (2004).
4. Gutiérrez J.M., Puerto J. y Sicilia J. “The multiscenario Lot size Problem with concave costs”, *European Journal of Operational Research*, 156:1, 162-182 (2004).
5. J. Puerto, A.M. Rodríguez Chía, “Modelos de localización continua”. *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*, n. 29, 89-132 (2004).
6. P.L. Papini, J. Puerto, “Location Problems with Different Norms for Different Points”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 125, n.3, 673-695 (2005).
7. E. Fernández, Y. Hinojosa, J. Puerto, “Filtering policies in loss queuing network location problems”, *Annals of Operations Research*, 136:259-283, (2005).
8. J. Puerto, A. Tamir, “Locating tree-shaped facilities using the ordered median objective”. *Mathematical Programming*, 102:2, 313 - 338, (2005).
9. F.R. Fernández, G: Fiestras, I. García-Jurado, J. Puerto, “Competition and Cooperation in Non-Centralized Linear Production Games”. *Annals of Operations Research*, vol. 137, 91-100, (2005).
10. S. Nickel, J. Puerto, A.M. Rodríguez-Chía and A. Weißler, “ Multicriteria Planar Ordered Median Problems”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 126:3, 657-683 (2005).
11. J. Puerto, A.M. Rodríguez-Chía, “On the exponential cardinality of FDS for the ordered p -median problem”, en *Operations Research Letters* 33: 641-651 (2005).
12. A. Tamir, J. Puerto, J.A. Mesa, A.M. Rodríguez-Chía, “Conditional location of path and tree shaped facilities on trees”, *J. of Algorithms* 56: 50-75 (2005).
13. A.M. Rodríguez-Chía, J. Puerto, D. Pérez, J. A. Moreno. “The p -facility ordered median problem on networks”, *TOP*, vol. 13, 105-126 (2005).

14. S. Nickel, J. Puerto. "Location Theory: A unified approach". Springer Series in Operations Research and Decision Theory. ISBN: 3-540-24321-6. (2005).
15. F.R. Fernández, J. Puerto. "Teoría de Juegos Multiobjetivo". ISBN: 84-689-6702-5. Depósito Legal MA-102-2006. Málaga (2006).
16. N. Boland, P. Domínguez-Marín, S. Nickel, J. Puerto, "Exact procedures for Solving the Discrete Ordered Median Problem", *Computers and Operations Research* 33:3270-3300 (2006).
17. J. Puerto, A.M. Rodríguez Chía, "New models for locating a moving service facility", *Mathematical Methods of Operations Research* vol. 63, 31-51 (2006).
18. J. Puerto, A.M. Rodríguez-Chía, A. Tamir, D. Pérez. "The Bi-Criteria Doubly Weighted Center-Median Path Problem On A Tree", *Networks*, 47(4), 237-247 (2006).
19. Perea F., Puerto J. "A dynamic programming analysis of the tv game "Who wants to be a millionaire?". Accepted for publication in *EJOR* (EJOR-D-00231R2). (2006)
20. N. Apollonio, I. Lari, J. Puerto, F. Ricca, B. Simeone. "Polynomial algorithms for partitioning a tree into single-center subtrees to minimize flat service costs". *Networks*, DOI 10.1002/net (2007).
21. Ehrgott M., Puerto J., Rodriguez-Chia, A. "A primal-dual algorithm for multiobjective linear programming". *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol 134(1), 2007.
22. Guardiola L.A., Meca A., and Puerto J. "Coordination in periodic review inventory situations". To appear in *Games and Economic Behavior*, (2007).
23. Puerto, J., Ricca, F., Scozzari A. "The Continuous and Discrete Path Variance Problem on Trees". Accepted for publication in *Networks*. (2006)
24. J. Puerto, A.M. Rodríguez-Chía. "Quasiconvex Multicriteria Continuous Location Problems: Structure of Nondominated Solution Sets", *Computers and Operations Research*, to appear.
25. M.C. López de los Mozos, J.A. Mesa, J. Puerto. "A generalized model of equality measures in network", *Computers and Operations Research*, to appear.
26. Y. Hinojosa, J. Kalcsics, S. Nickel, J. Puerto, S. Velten. "Dynamic Supply Chain Design with Inventory", *Computers and Operations Research*, to appear (2007).

3. El proyecto MTM2007

Prácticamente la totalidad de problemas de decisión que nos planteamos en situaciones reales dependen de una serie de factores que pueden ser cambiantes y que hacen incierto el verdadero escenario donde se plantea el problema en el momento de la toma de decisiones. Esto hace que, tanto a nivel particular, como a nivel colectivo, aparezcan con frecuencia problemas de decisión en un ambiente incierto. Sin embargo, este hecho no significa, necesariamente, que se desconozca completamente el valor de los parámetros, sino que puede existir un grado de incertidumbre sobre los mismos. El análisis anterior hace necesario analizar la influencia que, en las decisiones propuestas, tienen los efectos de la incertidumbre. La madurez alcanzada por la Programación Matemática, junto con la gran potencia de cálculo de los ordenadores actuales posibilita el diseño de métodos más complejos y efectivos para abordar estos problemas. Nuestro propósito consistirá en abordar este tipo de problemas recurriendo a distintos grupos de técnicas que hemos venido desarrollando a lo largo de los últimos años: análisis multiobjetivo de escenarios, optimización del peor caso u optimización con información parcial mediante funciones de mediana ordenada. Estos desarrollos encontrarán bancos de pruebas de inmejorable calidad en los problemas reales que surjan de nuestras relaciones con varios ayuntamientos del área de la bahía de Cádiz, que nos permitirán contrastar el alcance de nuestros métodos en la mejora de servicios públicos de transporte y medio ambiente.

El objetivo de este proyecto es el estudio de la optimización robusta, tanto desde su perspectiva teórica, como de las aplicaciones que la misma da lugar en diversas áreas de investigación operativa y matemática aplicada. Por esta razón, nuestro enfoque es multidisciplinar e involucra diferentes disciplinas.

El proyecto tiene una doble finalidad: investigación metodológica e investigación en problemas concretos. No se trata simplemente de realizar investigación básica. Además, buscamos ayudar a la resolución de problemas decisivos en el mundo actual. En primer lugar, en la vertiente metodológica pretendemos desarrollar las herramientas matemáticas suficientes para abordar problemas de optimización robusta en modelos combinatorios y discretos. Éstas permitirán comparar dos de los enfoques más importantes de la optimización robusta: el basado en análisis multiobjetivo (análisis de escenarios) y el de peor caso (regret). Para ello estudiaremos propiedades estructurales de las diferentes funciones de pérdida (concavidad, linealidad a trozos, descomponibilidad) y diseñaremos métodos numéricos eficientes para resolver los problemas planteados, comprobando la eficacia de los mismos mediante un análisis de la complejidad teórica o por medio del diseño de experimentos computacionales. La investigación metodológica persigue asimismo introducir nuevos modos de información con incertidumbre (ordinal, ordinal-intervalar y modular) en la optimización robusta discreta y combinatoria que permitan desarrollar modelos que se ajusten mejor a la realidad. En segundo lugar, aplicaremos las herramientas anteriores al análisis de problemas concretos motivados por aplicaciones o desafíos de la optimización. Entre los problemas que abordaremos se encuentran: localización, rutas y planificación estratégica. Estos problemas darán lugar a transferencia tecnológica en colaboración con las EPO's interesadas en el proyecto.