

Seminario de problemas Curso 2017-18. Hoja 3

16. Juanmi quiere invitar a los asistentes al seminario de problemas a pinchos en la Laurel y seguro que le sale por más de 7€. Si suponemos que solo tiene vales de 3€ y 5€, demostrar que podrá pagar cualquier cantidad con esos vales.

17. ¿Se cumple que $7^n - 1$ es múltiple de 6 para cualquier valor entero n ?

18. Encuentra todos los valores enteros positivos n tales que $17^{n-1} + 19^{n-1}$ divide a $17^n + 19^n$.

19. Demostrar que

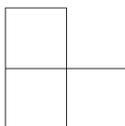
$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{n}{4^n} < \frac{1}{2}$$

para cualquier $n \in \mathbb{N}$.

20. Para cada número natural k , llamaremos $i(k)$ al mayor divisor impar de k . Eligiendo un número natural n , debemos calcular

$$i(n+1) + i(n+2) + i(n+3) + \dots + i(2n)$$

21. Para cada número natural n , elegimos un tablero $2^n \times 2^n$ y le quitamos uno de sus cuadrados. Prueba que el tablero restante puede ser cubierto (sin que se solapen) por piezas como las que muestran en la figura.



22. Se consideran n sillas colocadas en fila y en las que estén sentadas n personas. En un momento dado, las n personas se levantan y se vuelven a sentar donde estaban o en la silla de al lado (derecha o izquierda). Observad que las esquinas solo tienen dos movimientos en vez de tres. ¿De cuántas formas se pueden sentar las n personas en estas n sillas (sin que quede ninguna libre) siguiendo esta condición?

23. Para pertenecer al club de socios del Logroñés cada nuevo socio debe pagar como cuota de inscripción a cada miembro del club la misma cantidad que éste tuvo que pagar en total cuando ingresó más un euro. Si el primer socio pagó un euro, ¿cuanto deberá pagar en total el socio 2017?

24. Sea a, b enteros positivos, con $a > 1$ y $b > 2$. Demostrar que $a^b + 1 \geq b(a+1)$ y determinar cuándo se tiene la igualdad.