

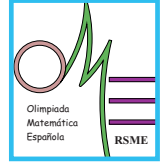


XLVIII Olimpiada Matemática Española

Fase Local en La Rioja

Primera Sesión

Tarde del viernes 16 de diciembre de 2011



Problema 1. ¿En cuántos ceros acaba la representación en base 10 del número 2011! ?

Problema 2. Sean a , b y c tres números reales positivos cuyo producto es 1. Demostrar que si la suma de estos números es mayor que la suma de sus inversos, entonces exactamente uno de ellos es mayor que 1.

Problema 3. En un triángulo rectángulo de hipotenusa unidad y ángulos respectivos de 30° , 60° y 90° , se eligen 25 puntos cualesquiera. Demostrar que siempre habrá 9 entre ellos que podrán cubrirse con un semicírculo de radio $3/10$.

Notas:

- No está permitido usar calculadora.
- El tiempo para resolver los problemas es de tres horas y media.
- Cada problema se calificará sobre 7 puntos.

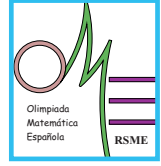


XLVIII Olimpiada Matemática Española

Fase Local en La Rioja

Segunda Sesión

Mañana del sábado 17 de diciembre de 2011



Problema 4.

Sabemos que las tres raíces del polinomio (en la variable x)

$$x^3 - 7x^2 + ax - 8$$

están en progresión geométrica. Hallar todos los posibles valores del número a .

Problema 5. Tenemos una colección de esferas iguales que apilamos formando un tetraedro cuyas aristas tienen todas n esferas. Calcular, en función de n , el número total de puntos de tangencia (contactos) entre las esferas del montón.

Problema 6. Determinar todos los cuadriláteros convexos $ABCD$ para los que hay un punto interior P que cumple que los cuatro triángulos PAB , PBC , PCD y PDA tienen la misma área.

Notas:

- No está permitido usar calculadora.
- El tiempo para resolver los problemas es de tres horas y media.
- Cada problema se calificará sobre 7 puntos.